

ANÁLISE FRACTAL PARA O CÁLCULO DA DENSIDADE DE DRENAGEM



MATEO ARENAS-RÍOS

NEWTON MOREIRA DE SOUZA

UnB – Universidade de Brasília, Pós-graduação em Geotecnia,
Faculdade de Tecnologia –FT; Localização dos Autores:
Universidade de Brasília, Bloco SG 12, Brasília – DF, Brasil;
E-mail: marenasr@gmail.com, nmsouza@unb.br

RESUMO ABSTRACT

Este trabalho explora o potencial da geometria fractal para a elaboração de mapas do meio físico, visando encontrar relações entre os padrões de drenagem e feições do substrato geológico superficial do Distrito Federal do Brasil (DF). A estimativa da dimensão fractal (D_f) foi realizada localmente mediante o método da contagem de células em imagens binárias da rede de drenagem do DF numa escala 1:10.000. Estimando a D_f localmente em todos os pontos da rede de drenagem, conseguiu-se detectar relação com as unidades pedológicas, assim como segmentar o terreno em termos da densidade de drenagem. Estes primeiros resultados mostram que a análise fractal de redes de drenagem é de utilidade como método indireto para mapear o meio físico.

Palavras Chave: Geometria Fractal; Cartografia; Densidade de drenagem; Distrito Federal do Brasil.

This paper explores the potential of fractal geometry to produce maps of physical environment expected to find relationships between drainage patterns and features of geological substrate of the Brazil's Federal District (DF). The estimation of the fractal dimension (D_f) was performed locally using the method of box-counting in binary images of the drainage network of the DF scale 1:10,000.

Estimating D_f locally at all points of the drainage network, it was possible to detect the relationship with soil units, as well as segment the ground in terms of drainage density. These initial results show that fractal analysis of drainage networks is useful as an indirect method for mapping the physical environment

Key Words: Fractal Geometry; Cartography; Drainage Density; Brazil's Federal District.

1 INTRODUÇÃO

Conjuntos de dados de campo e laboratório são analisados para aproximar as características do substrato geológico de uma zona de projeto de engenharia. Quanto maior é a área, maior será a quantidade de amostras necessárias para garantir qualidade na caracterização da zona de trabalho.

Em escalas de trabalho regionais, estaduais e municipais, é inviável executar uma campanha de ensaios de campo, amostragens e ensaios de laboratório de alta resolução devido aos custos e à quantidade de trabalho que implicaria. Isso desafia o engenheiro para explorar técnicas de medição indireta que permitam extrair informação

de grandes conjuntos de dados secundários para inferir a informação de interesse. As bases cartográficas são fontes de dados de relevância para projetos de engenharia, o potencial dos conjuntos de informações disponíveis é ainda mais aproveitado mediante o uso de técnicas de geoprocessamento.

É fato conhecido que os padrões de drenagem refletem o conteúdo do substrato geológico superficial (Soares & Pio Fiori, 1978; Zãvoianu, 1978), por exemplo, a densidade de drenagem (entendida como o comprimento dos elementos de drenagem por unidade de área) é baixa em bacias com alta

permeabilidade e apresenta valores altos em regiões de maior escoamento superficial onde os canais são altamente carregados com material suspenso; também o mapa de densidade de drenagem será similar a um mapa mostrando a fragmentação horizontal do substrato numa região.

Buscando aprimorar as metodologias para caracterizar o meio físico, tentativas de índices para expressar a densidade de drenagem são feitas desde finais do século XIX (Penck, 1894; citado por Zãvoianu, 1978), ainda tendo propostas contemporâneas que aplicam técnicas de geoprocessamento (Tucker *et al*, 2001; Shahzad & Gloaguen, 2011a), mas ainda não há conformidade na comunidade científica sobre o método que melhor representa a densidade de drenagem. Neste campo pouco há feito quantitativamente mediante a utilização dos fractais (Gaudio *et al*, 2006; Shahzad *et al*, 2010), objeto deste artigo.

Este trabalho aborda a análise fractal para obter a densidade de drenagem como apoio a cartografia do substrato geológico superficial do Distrito Federal do Brasil (DF). Os itens seguintes abrangerão noções básicas da geometria fractal necessárias para a compreensão do trabalho, e será introduzido o estudo de caso com os resultados e conclusões conseqüentes.

2 NOÇÕES BÁSICAS SOBRE GEOMETRIA FRACTAL

Os contornos geográficos são tão ricos em detalhe, que seus comprimentos por vezes podem ser considerados infinitos ou até indeterminados a depender da escala de observação. Muitos são estatisticamente auto-similares, ou seja, cada porção pode ser considerada como uma imagem em escala reduzida do todo. Os canais de drenagem naturais possuem uma estrutura tortuosa que não encaixa no conceito de “linha reta” nem é o suficientemente intrincado para encher o plano bidimensional; cada pedaço de uma rede de drenagem se parece ao conjunto inteiro, como se a rede estivesse composta de redes menores, e cada subdivisão estivesse composta de redes menores, e assim por diante. A geometria fractal basicamente propõe uma descrição quantitativa dos padrões geométricos gerados pela maioria dos fenômenos naturais, sendo que os conjuntos fractais possuem três características gerais:

- Muito irregulares para ser descritas em termos geométricos tradicionais;
- Possuem detalhe em múltiplas escalas de observação;
- São auto-similares, quer dizer, as partes se parecem com o todo em diferentes níveis de detalhe.

Os conceitos gerais da geometria fractal estão amplamente divulgados na literatura (Mandelbrot, 1982; Takayasu, 1990; Rodríguez-Iturbe & Rinaldo 2001; Schuller *et al*, 2001). Os três axiomas anteriores são ilustrados na Fig.1 onde se apresenta um modelo de elevação do terreno de uma porção do DF, na qual pode-se perceber a rede de drenagem em vários níveis de observação (Fig.1a, Fig.1b e Fig.1c); observe que para cada nível de detalhamento, as partes se parecem ao conjunto inteiro.

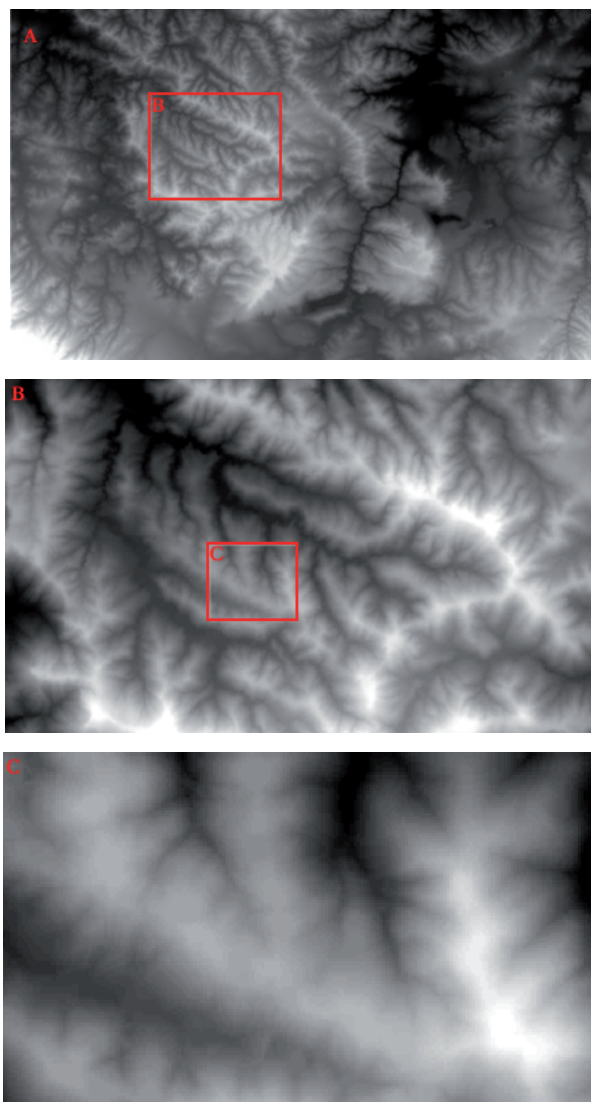


Figura 1 - Detalhamento de uma porção da rede de drenagem do DF em diferentes níveis de observação

Um dos conceitos mais importantes a se entender é o da dimensão fractal (D_f), o qual é um valor estatístico que quantifica a percepção subjetiva da densidade com que um fractal ocupa o seu

espaço euclidiano subjacente. Na Fig.2 são ilustrados vários exemplos de conjuntos fractais com a sua respectiva dimensão fractal.

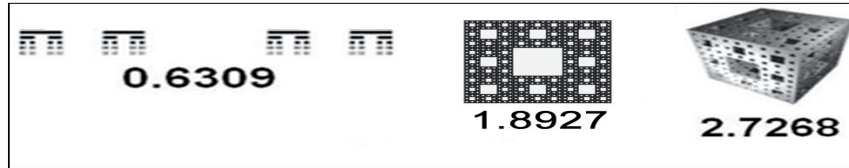


Figura 2 – Alguns conjuntos fractais clássicos com a respectiva dimensão fractal: Poeira de Cantor (esquerda), Triângulo de sierpinsky (meio) e Esponja de Menger (direita).

Nessa ordem de idéias, os padrões de drenagem podem ser interpretados como entidades fractais com dimensão fracionada entre um e dois; quando se trata de sistemas de lagoas, é possível até conceber dimensões fractais entre zero e um.

Quanto mais perto de dois é a D_f , mais sinuoso o canal em questão ou mais denso será o sistema de drenagem. Algumas estimativas da D_f em porções de redes de drenagem do DF são ilustradas na Fig. 3.

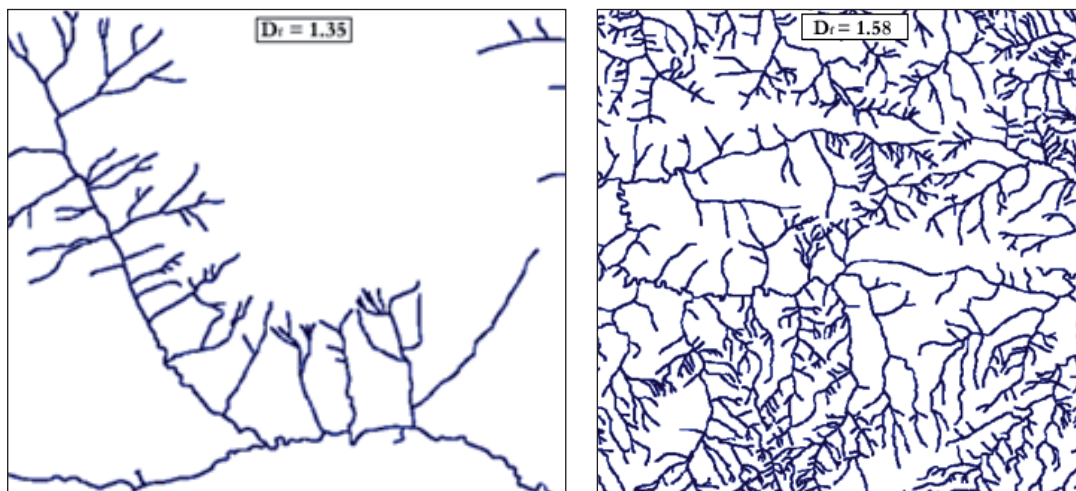


Figura 3 – Padrões de drenagem extraídos do DF, cujas D_f são 1.35 e 1.58 respectivamente.

A importância da D_f consiste em que pode ser definida uma relação com dados do mundo real e existem diversos métodos para calculá-la (Mandelbrot, 1982; Veltri *et al*, 1996; Schuller *et al*, 2001; Rodríguez-Iturbe & Rinaldo, 2001). O método numérico mais citado na literatura é o método da contagem de células (*box-counting* em inglês), o qual consiste em superpor um objeto fractal com uma grelha igualmente espaçada (tamanho de célula ϵ) e contar as células necessárias para cobrir o fractal ($N(\epsilon)$). O procedimento se repete com uma grelha cada vez mais fina, plotando a nuvem de pontos $\log(1/\epsilon)$ vs $\log(N(\epsilon))$.

A D_f é estimada como a pendente da linha de tendência da nuvem de pontos (Eq.1), comprovada uma relação exponencial entre a resolução da medida (ϵ) e a quantidade de detalhe obtido para cada nível de resolução ($N(\epsilon)$) tem-se a dimensão fractal.

$$D_f = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} \quad (1)$$

Um exemplo do método da contagem de células é apresentado na Fig.4 para calcular a D_f num rio genérico.

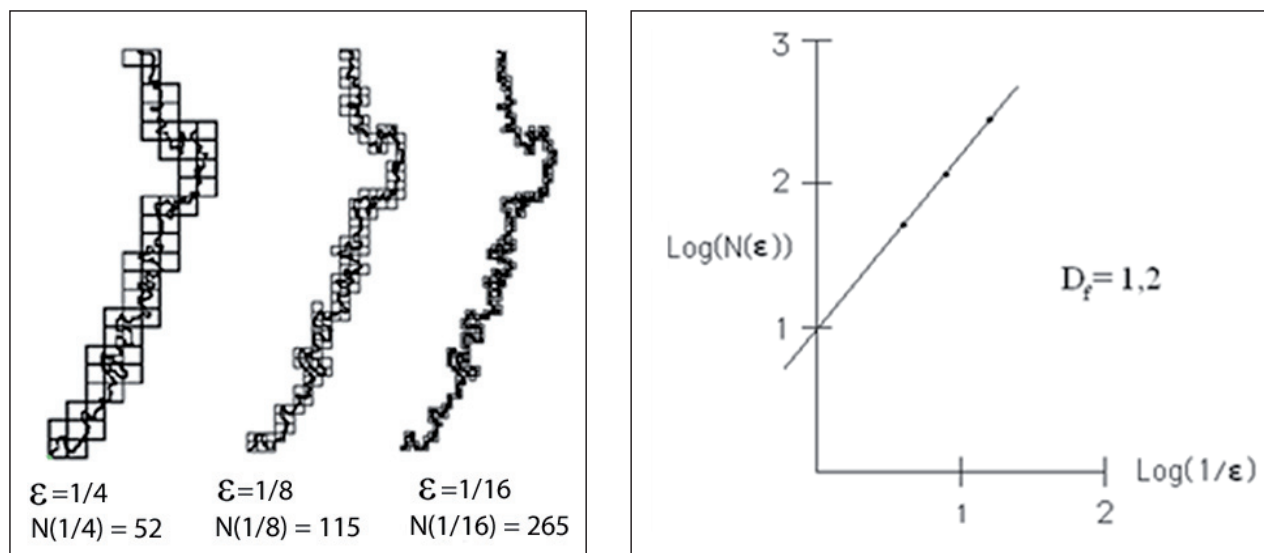


Figura 4 - Exemplo do método da contagem de células.

3 DESCRIÇÃO DA ZONA DE ESTUDO

O DF encontra-se localizado na região central do Brasil (Fig.5) abrange a Capital do País (Brasília) e as suas cidades satélites, onde moram aproximadamente 2,5 milhões de habitantes.

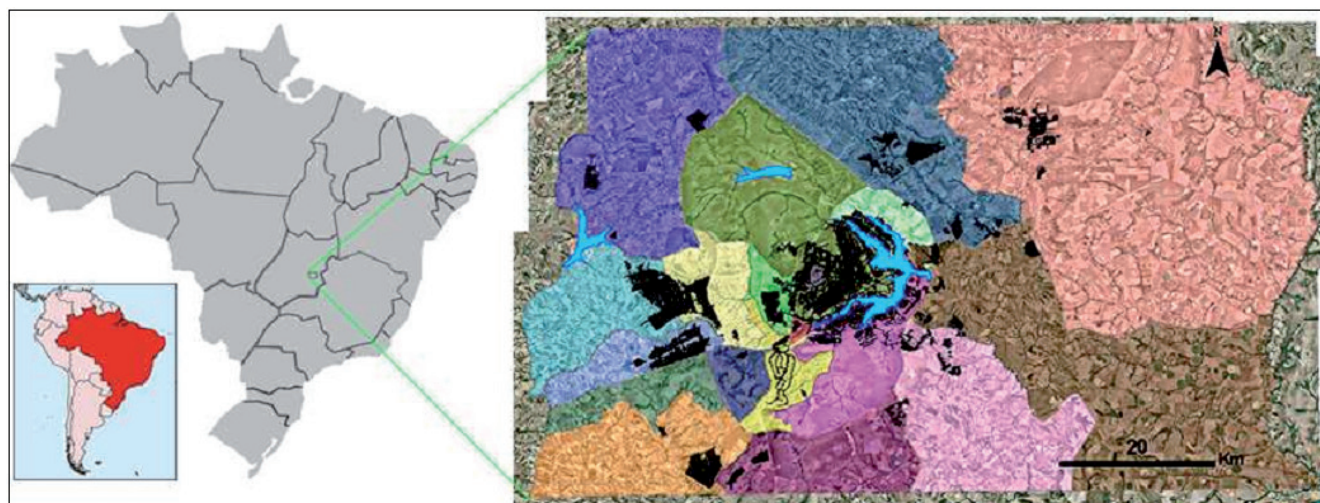


Figura 5 - Distrito Federal do Brasil destaca-se as 19 regiões administrativas, as zonas urbanizadas e os dois principais lagos.

Quanto à hidrografia destaca-se a presença do lago Paranoá (Fig. 6) e vários padrões de drenagens descritos na literatura clássica da

morfometria de drenagens (Schumm, 1978; Zãvoianu, 1978), tais como os padrões dendríticos, em treliça e paralelos.

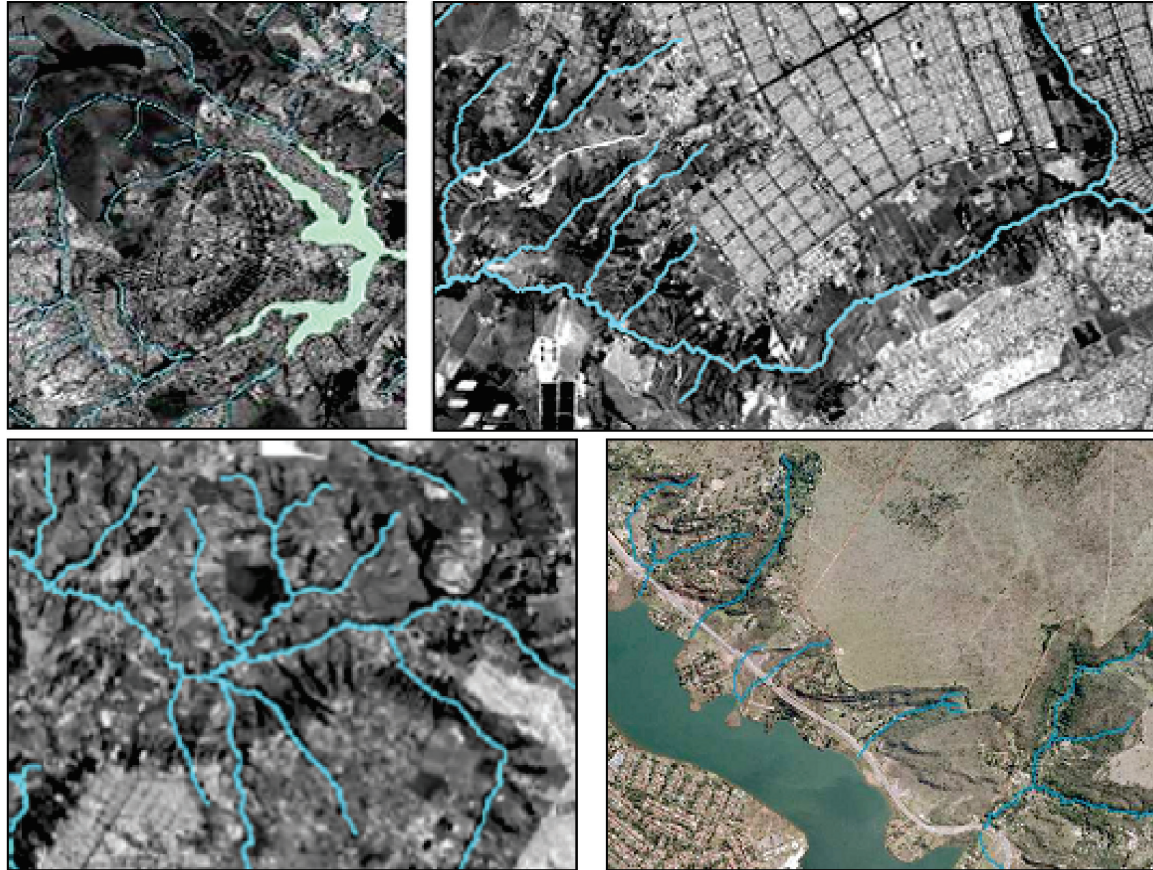


Figura 6 – Aspectos hidrográficos do DF. Destaca-se o Lago Paranoá (superior esquerda) e a presença de padrões de drenagem em treliça (superior direita), dendríticos (inferior esquerda) e paralelos (inferior direita).

De maneira geral, a geologia do DF se destaca pela presença de materiais formados inicialmente em um ambiente sedimentar e metamorfizados por tectonismo, o qual propiciou a presença de dobras e uma forte interferência estrutural ao longo da região. O relevo natural caracteriza-se pela presença de planaltos e domos sintetizados numa topografia ondulada.

A região possui três classes de solos principais, denominados de latossolo vermelho-amarelo (lv), latossolo vermelho-escuro (le) e cambissolo (cd), os quais em conjunto correspondem a 85% do território do DF (Arcaya 2007). As classes restantes correspondem a podzólicos (pv e pe), solos hidromórficos (hi), terra roxa equivalente (tre) e areias quartzosas (aq)

4 METODOLOGIA

Obteve-se uma imagem binária da rede hidrográfica do DF com resolução espacial de

10x10m por pixel; criou-se uma janela móvel (Hengl & Reuter, 2009) de 128x128 pixels a qual foi deslocada por toda a rede de drenagem calculando a D_f de maneira local em cada passo do deslocamento mediante o método da contagem de células (Fig. 7).

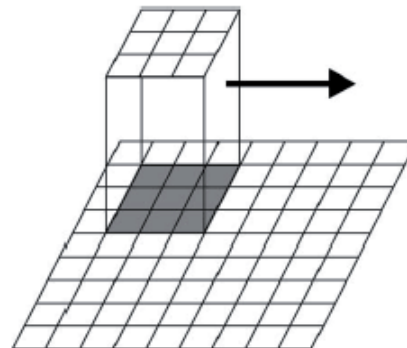


Figura 7 – Estimação da D_f local mediante janela móvel.

Conseguiu-se correspondência espacial bi-nívoca entre as células de entrada (hidrografia)

e as células de saída (D_f), obtendo um mapa de D_f como indicador da densidade de drenagem; quanto mais perto de dois é a D_f , maior é a densidade de drenagem, e vice-versa. A Fig.8 mostra o

mapa hipsométrico de uma região, para essa mesma região estimou-se a densidade de drenagem mediante a D_f local (Fig.9), e o resultado pode ser comparado com o mapa pedológico (Fig. 10).

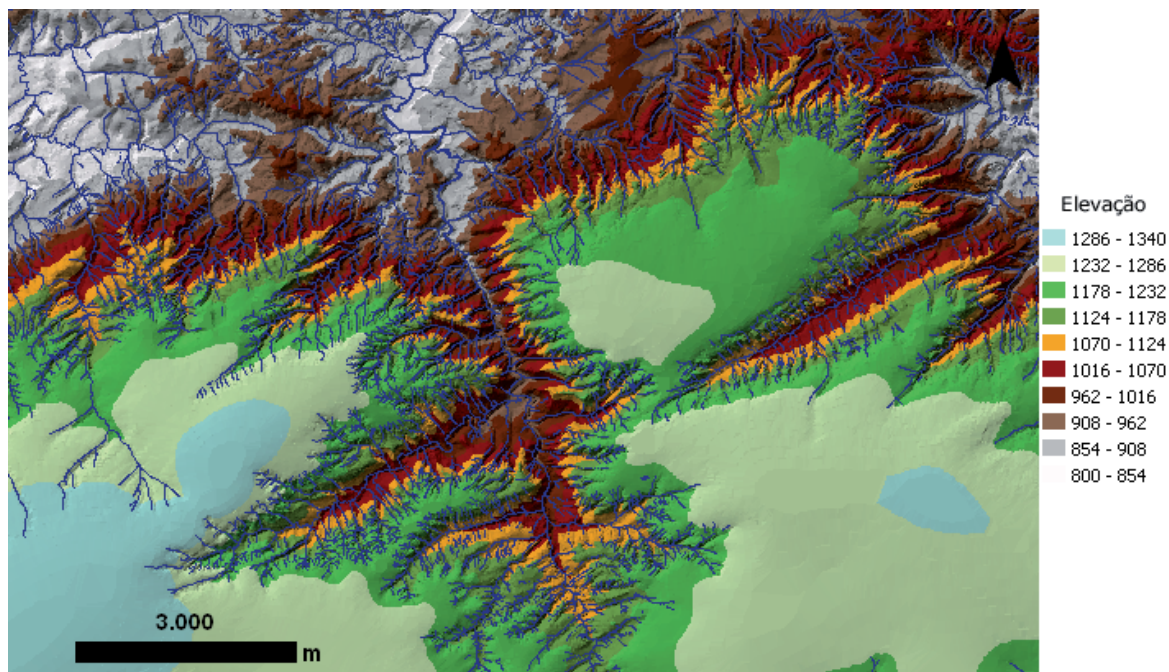


Figura 8 - Mapa hipsométrico de uma porção do DF (unidades em metros)

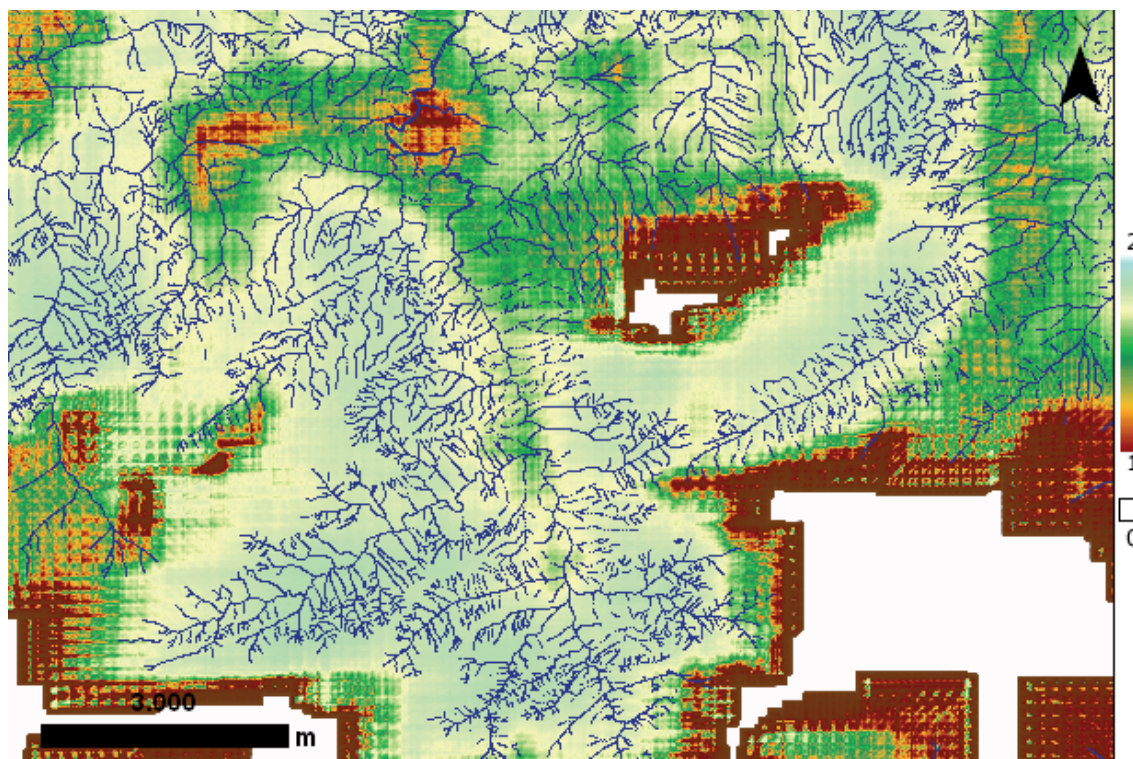


Figura 9 - Mapa de densidade de drenagem baseado na dimensão fractal. D_f mais perto de 2 representa maior densidade de drenagem.

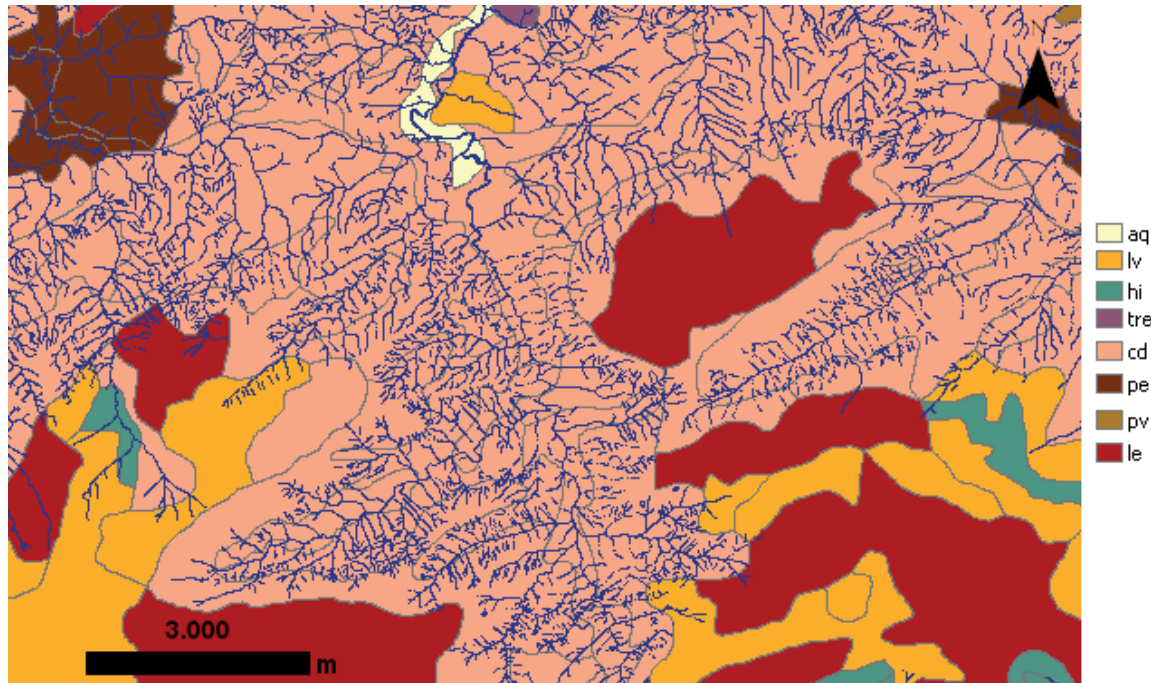


Figura 10 – Mapa pedológico: aq: Areias quartzosas; lv: Latossolos vermelho-amarelo; hi: Solos hidromórficos; tre: Terra roxa equivalente; cd: Cambissolos; pe: Podzólicos vermelho-escuros; pv: Podzólicos vermelho-amarelo; lv: Latossolos vermelho-escuro. Observe-se a semelhança com o mapa de densidade de drenagem da Fig. 9

5 COMENTÁRIOS FINAIS

O meio físico pode ser descrito mediante medições indiretas, isto se faz mais necessário na medida em que aumenta o tamanho da área de estudo e se deseja uma resolução espacial refinada. A densidade de drenagem é um indicador que permite aproximar qualidades do substrato geológico de maneira indireta, existem diversas formas de estimá-la e neste trabalho se propôs uma abordagem da densidade de drenagem baseada no paradigma da geometria fractal.

Esta abordagem não foi comparada com outros métodos tradicionais, mas os resultados foram satisfatórios quanto ao seu objetivo, sendo isto evidenciado nas semelhanças entre o mapa pedológico (Fig. 10) e o mapa de D_f (Fig. 9), os quais demonstram coerência qualitativa. Dado que esta é uma aproximação inicial, os resultados não permitem afirmar relações diretas em termos quantitativos.

Os resultados serão melhorados na medida em que seja melhorada a resolução espacial, o qual sugere o uso de capacidades de computação cada vez mais robustas, permitindo resolver em poucos segundos o que ainda pode requerer

horas para processar. É de interesse na continuidade dos trabalhos de pesquisa analisar o mapa de densidade de drenagem obtido com outras informações morfométricas, tais como a declividade, a curvatura e a rugosidade, com o intuito de obter informações do meio físico de relevância para a zona de estudo.

Espera-se que este tipo de análise suporte a gestão do território, como complemento às informações necessárias para a adequada caracterização do meio físico; sendo uma vantagem desta técnica, o fato de prover informação de medições indiretas (partindo de bases matemáticas / algorítmicas), o qual reduz os custos de obtenção da informação que se busca.

REFERENCIAS

ARCAAYA, S. G. CH. (2007). Avaliação dos fatores condicionantes dos processos erosivos no Distrito Federal. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-156/07, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, 189 p.

GAUDIO, R., DE BARTOLO, S. G., PRIMAVERA, L., GABRIELE, S. & VELTRI, M. (2006). Lithologic

- control on the multifractal spectrum of river networks. *Journal of Hydrology*, Vol. 327, p. 365–375.
- HENGL, T. & REUTER, H.I. (2009). *Geomorphometry: Concepts, software and applications*. Elsevier, Amsterdam, Holanda, 775 p.
- MANDELBROT, B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman, New York, NY, USA, 480 p.
- RODRÍGUEZ-ITURBE, I. & RINALDO, A. (2001). *Fractal river basins: Chance and self-organization*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 561 p.
- SCHULLER D.J., RAO, A.R., & JEONG, J.R. (2001). Fractal characteristics of dense stream networks. *Journal of Hydrology*. Vol. 243, p. 1–16.
- SCHUMM, S. (1978). *Drainage basin morphology*. Academic Press, New York, NY, USA, 349 p.
- SCHUMM, S. (1972). *River morphology*. Dowden, Hutchinson & Ross, Stroudsburg, Pa, USA, 421p.
- SHAHZAD, F. & GLOAGUEN, R. (2011a). TecDEM: A MATLAB based toolbox for tectonic geomorphology, Part 1: Drainage network preprocessing and stream profile analysis. *Computers & Geosciences*, Vol. 37, p. 250–260.
- SHAHZAD, F., MAHMOOD, S. A. & GLOAGUEN, R. (2010). Nonlinear analysis of drainage systems to examine surface deformation: an example from Potwar Plateau (Northern Pakistan). *Nonlinear Processes in Geophysics*, Vol. 17, p. 137–147.
- SOARES, P.C & PIO FIORI, A. (1978). Lógica e sistemática na análise e interpretação de fotografias aéreas em geologia. *Boletim geográfico*, Vol. 258/259, p. 35-59.
- TAKAYASU, H. (1990). *Fractals in the Physical Sciences*. Manchester University Press, Manchester, UK, 170p.
- VELTRI, M., VELTRI, P. & MAIOLO, M. (1996). On the fractal description of natural channel networks. *Journal of Hydrology*, Vol. 187, p. 137-144.
- ZĂVOIANU, I. (1978). *Morphometry of drainage basins*. Elsevier, Amsterdam, Holanda, segunda edição, 251p.