

Dissertação de Mestrado

Estudo da distribuição estatística das distâncias entre
descontinuidades em testemunhos de sondagem de maciços rochosos

ESCOLA DE MINAS / UFOP

Autor: Antonio Fernando Gorgulho Bruzzi

Orientador: Pedro Manuel Alameda Hernández

Programa de Pós-graduação em Geotecnia da Ufop

Ouro Preto, 12 de fevereiro de 2019.

B914e Bruzzi, Antonio Fernando Gorgulho.
Estudo da distribuição estatística das distâncias entre descontinuidades em testemunhos de sondagem de maciços rochosos [manuscrito] / Antonio Fernando Gorgulho Bruzzi. - 2018.
149f. il. : color; graf.; tabs; mapas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Manuel Alameda Hernández.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Núcleo de Geotecnia. Programa de Pós-Graduação em Geotecnia.
Área de Concentração: Engenharia Geotécnica.

1. Testemunhos de sondagem. 2. Descontinuidades rochosas. 3. Rock Quality Designation. 4. Testes de aderência. I. Hernández, Pedro Manuel Alameda. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 624.13

ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DAS DISTÂNCIAS ENTRE DESCONTINUIDADES EM TESTEMUNHOS DE SONDAGEM DE MACIÇOS ROCHOSOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia do Núcleo de Geotecnia da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Geotecnia.

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 19 de dezembro de 2018 pela Banca Examinadora composta pelos membros:


Presidente: Prof. Dr. Pedro Manuel Alameda Hernández (UFOP)


Membro: Prof. Dr. Tago Martins Pereira (UFOP)


Membro: Prof. Dr. André Márcio Klein (UFMG)

SUMÁRIO

Lista de figuras

Lista de tabelas

Nomenclaturas

Símbolos

Agradecimentos

Resumo

Abstract

1 - Introdução.....	pág.14
2 - Objetivos.....	pág.20
3 – Justificativa.....	pág.21
4 - Revisão bibliográfica.....	pág.22
4.1 - Conceitos básicos.....	pág.22
4.2 - Desenvolvimento.....	pág.28
4.2.1 - Ferramentas matemáticas.....	pág.28
4.2.1.1 - Histogramas e Distribuições estatísticas (normal, lognormal, weibull, gama e exponencial negativa).....	pág.28
4.2.1.2 - Testes de aderência Kolmogorov-Smirnov (KS), normalidade de Shapiro-Wilk e script de Ricci (2005).....	pág.37
4.2.2 - A relação entre as descontinuidades de rocha e o parâmetro RQD.....	pág.39
5 - Metodologia.....	pág.56
5.1 - Levantamento dos espaçamentos de descontinuidades em testemunhos de rocha.....	pág.56
5.2 - O banco de dados de uma mineração brasileira.....	pág.57
5.3 - Utilização do programa R.....	pág.58

6 – Resultados e discussões.....	pág.60
6.1 - 1ª amostra.....	pág.60
6.1.1 - Furo 110.....	pág.60
6.1.1.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência.....	pág.62
6.1.2 - Furo 100.....	pág.67
6.1.2.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência.....	pág.69
6.2 - 2ª amostra	pág.74
6.2.1 - Furo137.....	pág.74
6.2.1.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência.....	pág.76
6.2.2 - Furo 062.....	pág.80
6.2.2.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência.....	pág.82
6.2.3 - Furo 062e137.....	pág.86
6.2.3.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência.....	pág.88
7 - Conclusões.....	pág.96
Referências.....	pág.98
Anexo I – Script 1 do furo 100 da 1ª amostra e script 2 dos comandos e conceitos básicos.....	pág.i
Anexo II - Lista de figuras e tabelas dos resultados.....	pág.xlii
Anexo III - Tabelas do teste de Shapiro-Wilk.....	pág.xlvi

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Descontinuidades em maciço sedimentar.....	pág.13
Figura 1.2 - Maciço rochoso da montagem Mogutovaya (Montanhas de Zhiguli, Rússia).....	pág.13
Figura 1.3 - Efeito escala no maciço rochoso.....	pág.14
Figura 1.4 - Ajuste de distribuição de dados capturados em Túnel de Exploração Nv17, Codelco, División Andina. Tomado de Lizama J. M., 2015.....	pág.15
Figura 1.5 - R (linguagem de programação).....	pág.16
Figura 4.1 - Direção e ângulo de mergulho de uma estrutura geológica planar.....	pág.20
Figura 4.2 - Exemplo de obtenção do parâmetro RQD diretamente de um testemunho de sondagem (Deere and Deere,1988).....	pág.21
Figura 4.3 - Principais parâmetros morfológicos em descontinuidades, adaptado de ISRM (1981).....	pág.22
Figura 4.4 - Equipamento de perfuração e testemunhos.....	pág.24
Figura 4.5 - Testemunho não orientado.....	pág.25
Figura 4.6 - Testemunho orientado com a linha de orientação no núcleo.....	pág.25
Figura 4.7 - Exemplo de distribuição normal.....	pág.26
Figura 4.8 - Desvio de assimetria.....	pág.27
Figura 4.9 - Ex. de distribuição lognormal.....	pág.28
Figura 4.10 - Ex. de distribuição weibull.....	pág.29
Figura 4.11 - Ex. de distribuição gama.....	pág.29
Figura 4.12 - Ex. de distribuição exponencial.....	pág.30
Figura 4.13 - Histograma e ajuste da distribuição normal (n° aleatório).....	pág.32
Figura 4.14 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal (n° aleatório).....	pág.32
Figura 4.15 - Histograma e ajuste da distribuição gama com $\alpha=\beta=1$ (n° aleatório)....	pág.33
Figura 4.16 - Histograma e ajuste da distribuição gama com $\alpha=1,5$ e $\beta=1$ (n° aleatório).....	pág.33
Figura 4.17 - Histograma e ajuste da distribuição gama com $\alpha=1$ e $\beta=1,5$ (n° aleatório).....	pág.34
Figura 4.18 - Histograma e ajuste da distribuição gama com $\alpha=\beta=1,5$ (n° aleatório).....	pág.34
Figura 4.19A - Distribuição teórica do espaçamento, Priest & Hudson (1976).....	pág.38
Figura 4.19B - Distribuição exponencial negativa.....	pág.39

Figura 4.20 - Distribuição estatística das distâncias entre descontinuidades (Priest & Hudson, 1976).....	pág.39
Figura 4.21 - Relação entre RQD e a frequência da média de descontinuidades.....	pág.40
Figura 4.22 - Comparação entre RQD medido e teórico (valores de RQD de Deer & Miller 1967).....	pág.42
Figura 4.23 - Variação de RQD com λ por weibull Probability Distribution Function (PDF); α é um parâmetro de scala.....	pág.43
Figura 4.24 - Conjunto de funções de distribuição weibull (Sen 1993).....	pág.43
Figura 4.25 - Geologia local de Ok Tedi.....	pág.44
Figura 4.26 - Localizações indicando a área de mapeamento (SKSN: Skarn, SLST: Siltstone, MP: Monzonite Porphyry).....	pág.44
Figura 4.27 - RQD x frequência de fratura em pórfiro monzonite.....	pág.46
Figura 4.28 - Resultados de simulação referente a histograma de frequência de descontinuidade e funções de densidade gama e weibull melhores ajustadas.....	pág.47
Figura 4.29 - Comparação entre medida de experimentos e RQD teórico.....	pág.49
Figura 4.30 - Vista isométrica do modelo de um banco de mármore fraturado com painel escavado de 10x10x6 m ³ (Stavropoulou, 2014).....	pág.50
Figura 4.31 - Distribuição das quatro qualidades de mármore expressada como λf ao longo dos furos verticais dentro dos limites da pedreira planejada (Stavropoulou, 2014).....	pág.50
Figura 4.32 - Histogramas: (a) grains, (b) head-grains e (c) secondary joints (Stavropoulou 2014).....	pág.51
Figura 5.1 - Registro de testemunho não orientado do furo 062.....	pág.54
Figura 5.2 - Mapa de localização do furo de sondagem FBA 138 (xisto)	pág.55
Figura 5.3 - Registro de testemunho orientado do furo 100 (GNM, QCX).....	pág.56

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Espaçamento de descontinuidades (ABGE,1983).....	pág.23
Tabela 4.2 - Graus de fraturamento de maciços rochosos (IPT,1984).....	pág.23
Tabela 4.3 - Classificação dos maciços rochosos com base no RQD.....	pág.23
Tabela 4.4 - Diâmetros mais comuns de furos e testemunhos.....	pág.24
Tabela 4.5 - Designações de tamanho de blocos em função de J_v	pág.41
Tabela 4.6 - Dados contados de fratura coletados durante mapeamento.....	pág.45
Tabela 4.7 - Ajuste de bondade do chi-quadrado para frequências de junta simulada (valor crítico para nível de significância $\alpha=0,01$ is $\chi^2_{L=23,2093}$) (Stavropoulou, 2014).....	pág.48
Tabela 4.8 - Ajuste de bondade de KS para frequências de junta simulada (valor crítico para nível de significância $\alpha=0,01$ is $DL=0,07243$) (Stavropoulou, 2014).....	pág.48
Tabela 4.9 - Ajuste-de-bondade do qui-quadrado para λ_f ao longo dos furos dentro dos limites da escavação final (valor critico: $\chi^2_{L=42,9798}$; $\alpha=0,01$) (Stavropoulou 2014).....	pág.52
Tabela 4.10 - Ajuste-de-bondade de KS para λ_f nos núcleos de broca dentro dos limites da escavação final (valor crítico: $DL=0.058577$; $\alpha=0,01$) (Stavropoulou, 2014).....	pág.52
Tabela 4.11 - Tipos de distribuição de espaçamentos.....	pág.53
Tabela 6.1 - Resultados das distribuições dos dados da 1ª amostra.....	pág.91
Tabela 6.2 - Resultados das distribuições dos dados da 2ª amostra.....	pág.92

NOMENCLATURAS, ABREVIATURAS e SÍMBOLOS

alfa(α): significância (teste KS)

EW, AW, BW, NW, HW: Diâmetros mais comuns de furos e testemunhos (A primeira letra corresponde ao diâmetro do furo, a segunda a rosca padronizada)

FO: furo (orientado/não orientado)

gdl: graus de liberdade

GNM: gnaisses e milonitos; QCX: quartzo, clorita e xisto

H₀/H_a: hipótese nula e hipótese alternativa do teste de hipótese

ISRM: International Society for Rock Mechanics

J_v: Contador volumétrico de juntas

KS: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov

l.est: lambda estimate; a.est: alfa estimate

log: logaritmo

mean: média da distribuição normal

meanlog: média da distribuição lognormal

med: média

OM: Orientation mark

pchisq: pchi-square; pnorm: pnormal; plognorm: plognormal; pwei: pweibull

prob: probabilidade

qq: qui-quadrado

PDF: Probability Density Function (Função de densidade de probabilidade)

rate: fator de escala na distribuição exponencial

RQD: Rock Quality Designation

sd: desvio padrão

var: variância

wei: weibull

α, β : fatores de escala e forma nas distribuições weibull e gama

Γ : Distribuição gamma

λ : A frequência é o número médio de descontinuidades por metro

λ' : frequência aparente (m^{-1})

χ^2 : teste de aderência Chi-quadrado

AGRADECIMENTOS

À minha família, aos entes queridos e ao amor de Deus pelos homens.

À Univ. Federal de Ouro Preto (UFOP), Departamento de Engenharia Civil (DECIV), Núcleo de Geotecnia (NUGEO)

Aos professores Romero César Gomes, pela dedicação ao Programa de Pós-Graduação do NUGEO, Milene Sabino Lana que direcionou o mestrado para a área de maciços rochosos, Pedro Alameda, um orientador dinâmico, e o tema foi proposto por ele, Tiago Martins, das aulas do Programa estatístico R.

Aos colegas do mestrado e em especial a Tiago Martins, César Romero Oscamayta, Felipe Neiva, Alan Erlikhman, ao Prof. Luís Antônio Rosa Seixas e os secretários Anilson J. da Silva de Campos e Gisele Medeiros Mendes do NUGEO.

RESUMO

Os valores observados dos parâmetros empregados para descrever os maciços rochosos apresentam uma grande variabilidade sem seguir padrões bem definidos. Porém, é de grande interesse procurar o modo de padronizar essa variabilidade através da função densidade de probabilidade (fdp) mais apropriada. O conhecimento da fdp mais adequada para cada um desses parâmetros pode nos ajudar a entender melhor a natureza do maciço, no geral, mas também nos auxilia na geração dos cada vez mais empregados *discrete fracture networks* (DFN), ou para qualquer análise probabilística.

O parâmetro estudado nesta dissertação é o grau de fraturamento, em particular, a série de valores de distância entre fraturas num testemunho de um furo de sondagem, que tem como aplicação mais comum a obtenção do *Rock Quality Designation* (RQD). A hipótese mais aceita é que estes valores seguem uma fdp exponencial negativa, porém, essa hipótese obteve algumas críticas. Esta dissertação, após o estudo de 920m de testemunhos de furo de sondagem relativos às amostras de dois maciços diferentes, com as litologias gnaíse, milonito, quartzo, clorita e xisto, chega à conclusão de que a fdp que mais comumente se adapta a estas séries de valores é a lognormal. Adicionalmente, observou-se que o xisto é a litologia com um comportamento mais difícil de padronizar através de uma fdp.

Este trabalho se desenvolveu com dois grupos de amostras, sendo a primeira um banco de dados de rocha de uma empresa mineradora, e a segunda o levantamento de dados de testemunhos de rocha xisto cedida pelo Departamento de Geologia/UFOP, para obter a distribuição estatística destes dados. Foi utilizado o software R para traçar os histogramas e os gráficos de distribuição, e realizar os testes de aderência para confirmar as distribuições. Os gráficos apresentaram uma aproximação na distribuição dos dados nas distribuições lognormal, gama e exponencial. Fez-se uma comparação entre dados gerados aleatoriamente seguindo uma determinada fdp com os das amostras.

Palavras-chave: Testemunhos de sondagem, descontinuidades rochosas, Rock Quality Designation e testes de aderência

ABSTRACT

Rock massifs are natural structures that need many parameters for being described. Those parameters show a high variability in their values, with a lack of clear patterns. However, understanding the statistical nature of these values is an important goal of rock mechanics research, searching for the most appropriate probability density function (pdf) for each one of those parameters. The identification of those pdf is an aid for a better understanding of the rock massif nature and a need for good discrete fracture network generation, or for any probabilistic calculation.

The parameter studied in this work is the degree of fracturing, in particular, the distance between fractures in a borehole rock core, which determines the rock quality designation (RQD) value. The most accepted hypothesis is that these values fit a negative exponential pdf, however, with some criticism. Through the analysis of 920m of borehole rock core, from two different rock massifs, with various lithologies gnaiss, mylonite, quartz, chlorite and shale, this work concludes that the pdf that better fits, generally, on those values is the log-normal. Furthermore, it has been clearly observed that shale is the most difficult lithology to fit a pdf.

This work was performed with two groups of samples, one database donated by a mining company and some rock core boxes donated by the Geology Department at the Federal University of Ouro Preto. Statistics software R was applied for designing histograms and the pdf and applying the tests. Graphs show the histogram fitting with log-normal, gamma and exponential functions. A comparative was performed between the real values and those randomly generated following an specific pdf.

Keywords: Borehole rock core, rock discontinuities, Rock Quality Designation and goodness-of-fit test

1 - INTRODUÇÃO

Designa-se descontinuidade qualquer feição geológica de separação física da rocha, a exemplo das superfícies de foliação, acamamento, fraturas, juntas-falhas (ABGE 2013). Uma descontinuidade é qualquer quebra mecânica ou fratura presente num maciço rochoso, sendo importante qualificar a sua origem, podendo ser natural ou artificial devido ao desmonte da rocha por explosivos (Fiori & Carmignani 2009). As descontinuidades governam em regra o comportamento mecânico do maciço, pois são as estruturas menos resistentes (Fontinhas 2009).

As descontinuidades de um maciço se agrupam em famílias representadas por descontinuidades aproximadamente paralelas e equidistantes, como as representadas nas cores amarela e vermelha nas figuras 1.1 e 1.2. Na maioria dos casos ocorrem 2, 3 ou 4 famílias de descontinuidades, além de descontinuidades esporádicas (ABGE 2013).

O levantamento geotécnico compreende os sistemas de famílias. São características destes sistemas as atitudes, os espaçamentos, as persistências, etc. A atitude de uma descontinuidade é dada por sua direção e mergulho. A distância entre duas descontinuidades adjacentes de uma mesma família é o espaçamento, sendo a frequência o número médio de descontinuidades por metro (λ) ao longo de uma scanline. A extensão em área de uma descontinuidade é a persistência ou a continuidade (ABGE 2013).



Figura 1.1 – Descontinuidades em rocha sedimentar

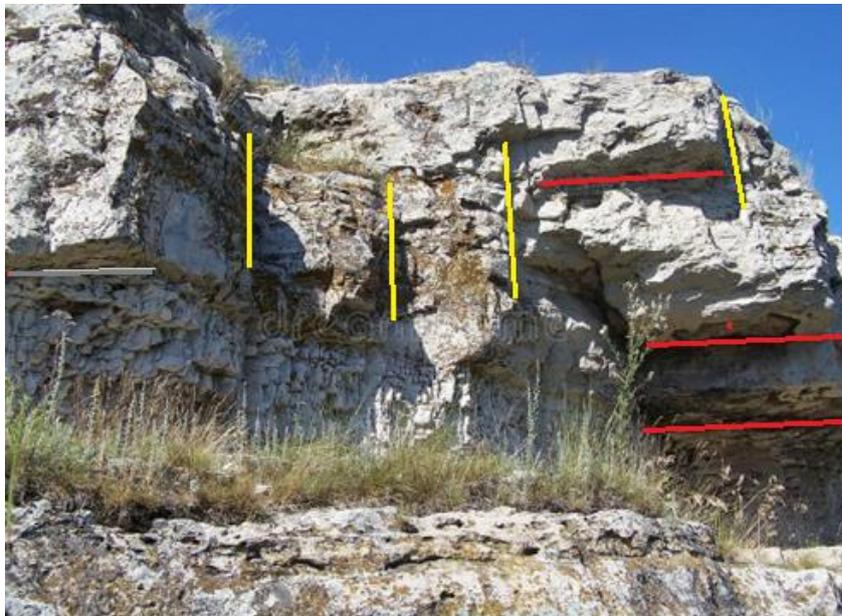


Figura 1.2: Descontinuidades em um maciço rochoso

Segundo a Associação Internacional de Mecânica de Rochas (ISRM), descontinuidade é o termo geral para qualquer descontinuidade mecânica, em um maciço rochoso, que apresenta baixa ou nenhuma resistência à tração. Este é o termo coletivo para a maioria dos tipos de diaclases, juntas, planos de fraqueza do acamamento, planos de fraqueza da xistosidade, zonas de alteração ou de falhas. A figura 1.3 ilustra estas definições através da representação físico-simbólica do efeito escala.

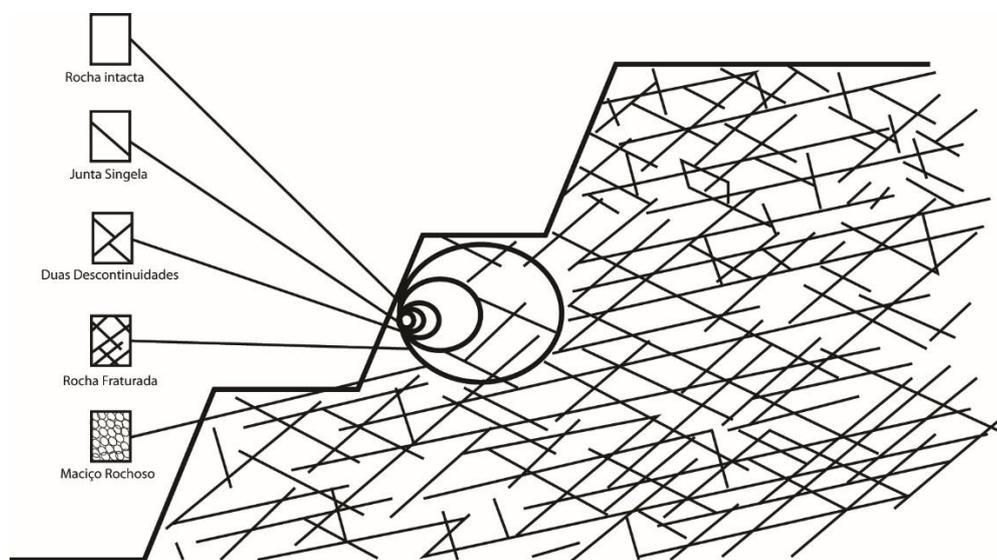


Figura 1.3: Efeito escala no maciço rochoso (ISRM, segundo Palmström 2005).

Como parâmetro geométrico, as descontinuidades menores devem ser tratadas por métodos e técnicas estatísticas e geoestatísticas, considerando os diferentes domínios geológicos e estruturais, cujos limites coincidem normalmente com as feições geológicas maiores (Tressoldi, 1991).

Alguns modelos probabilísticos para variáveis aleatórias contínuas, como normal, exponencial, gama, etc, são utilizados em diversas áreas. Exemplos de estudo de casos no ramo de engenharia:

Dos Santos (2018) relata que na estabilidade das escavações em maciços rochosos com abordagem probabilística, a distribuição exponencial negativa é normalmente aplicável às propriedades das descontinuidades, tais como a persistência e o espaçamento. A distribuição

mostra que são mais frequentes as discontinuidades curtas e pouco espaçadas e menos comuns as discontinuidades extensas e muito espaçadas.

Na jazida Río Blanco localizada no Chile, para obter uma determinação da geometria interna do maciço (Codelco, Division Andina, 2014), Ortiz (2014) utilizou a metodologia de redes de fraturas discretas (DFN), construída de dados do terreno e simulou-se um bloco de rocha do qual é possível medir o comprimento e volume dos blocos formados. O ajuste de distribuição dos comprimentos estruturais, as orientações das estruturas internas do maciço e as frequências de fraturas por eixo definem estes modelos.

Ortiz (2014) realizou provas de bondade de ajuste (Kolmogorov-Smirnov e Chi Quadrado) para os comprimentos (espaçamentos entre discontinuidades) medidos em terreno, que resultou em lognormal (Lizama 2014, Figura 1.4) da distribuição de comprimentos nos casos estudados deste trabalho.

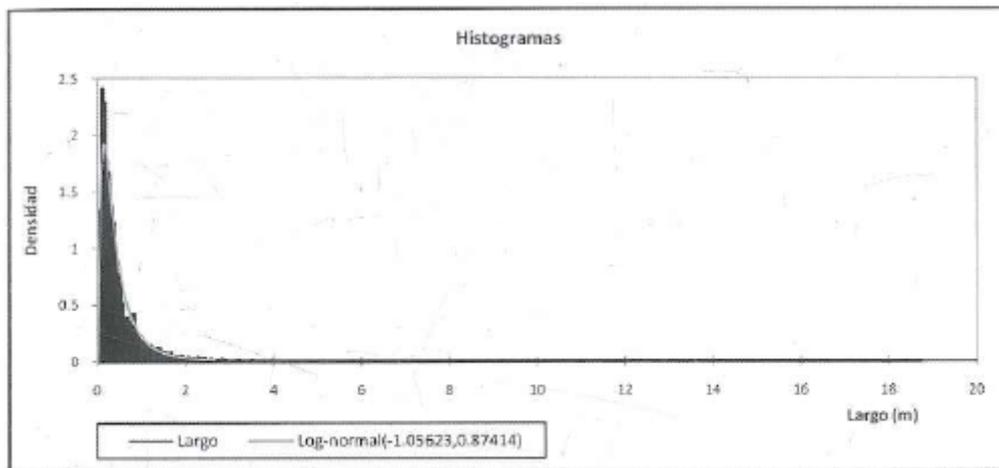


Figura 1.4. Ajuste de distribuição de dados obtidos em Túnel de Exploração Nv17, Codelco, Divisão Andina. Tomado de Lizama, 2015.

O software R, os dados levantados do experimento xisto da empresa Jaguar e o banco de dados de rocha cedidos pela empresa de mineração serviriam de base na pesquisa.

Segundo Márcio & Peternelli (2013), o software R é uma linguagem e também um ambiente de desenvolvimento integrado para cálculos estatísticos e gráficos, para a resolução em diversas áreas.

O código fonte do R está disponível sob a licença GNU GPL (General Public License). Por curiosidade, o termo GNU refere a um antílope da África do Sul. Pesquisas mostram que a popularidade do R aumentou nos últimos anos. Criada por Ross Ihaka e por Robert Gentleman no departamento de Estatística da universidade de Auckland, Nova Zelândia, e desenvolvido em um esforço colaborativo de pessoas em vários locais do mundo (Figura 1.5).

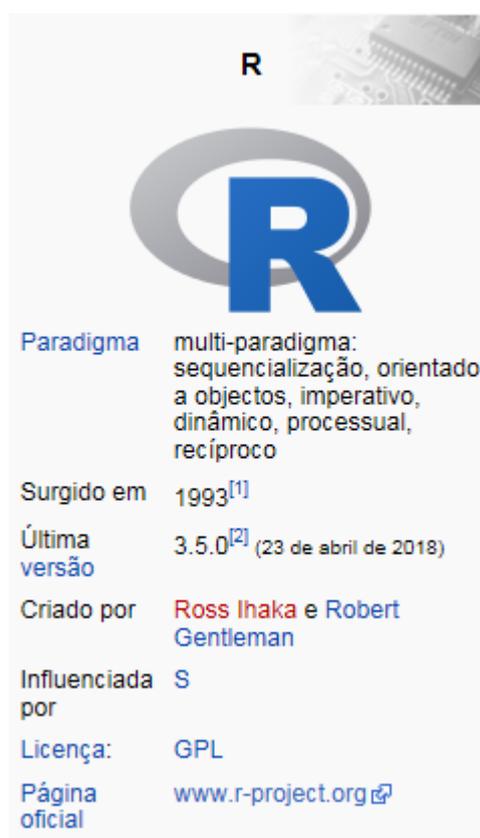


Figura 1.5 - R (linguagem de programação) (<https://pt.wikipedia.org>)

Propõe-se na dissertação uma nova escolha de distribuição estatística das distâncias entre descontinuidades numa linha em testemunho. Determinou-se que os valores de espaçamentos entre descontinuidades num furo de sondagem seguem uma FDP lognormal, mais do que uma exponencial negativa, hipótese de Priest & Hudson (1976).

2 - OBJETIVOS

Buscar a função densidade de probabilidade mais apropriada para as distâncias entre descontinuidades em furos de sondagem em estudo. Priest & Hudson (1976) determinaram sob a hipótese de que as descontinuidades seguem uma distribuição exponencial negativa $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, um modelo teórico que gerou a equação $RQD_t = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1)$. Os autores sugerem aprofundar este estudo para avaliar o modelo proposto, o que ocorreu em diversos trabalhos desenvolvidos na literatura com considerações a favor e contra a teoria dos mesmos.

3 - JUSTIFICATIVA

Mediante a análise dos dados levantados em testemunhos de rocha xisto localizados no Departamento de Geologia/Ufop e o banco de dados disponibilizado por uma Empresa de mineração, procurou-se a melhor fdp (função de densidade de probabilidade) para representar os comprimentos dos fragmentos intactos nos testemunhos de sondagens entre as distribuições normal, lognormal, weibull, gama e exponencial negativa, fazendo os testes de Kolmogorov Smirnov (KS), normal de Shapiro-Wilk e *script* de Ricci (2005) que aplica o teste do Qui-quadrado (χ^2).

4 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 - Conceitos básicos

A descrição dos maciços rochosos exige observações diretas em testemunhos de sondagem e em afloramentos. Os afloramentos são áreas expostas do meio rochoso naturais ou consequência de escavações. A amplitude da observação nelas é superior à dos testemunhos de sondagens, porém superficial. A correta descrição do maciço rochoso abrange as características do material rochoso e das discontinuidades, que são descritas através da disposição geométrica delas no maciço (espaçamento, persistência e orientação) e da natureza delas (rugosidade, umidade e preenchimento) (ABGE 2013) (Figura 4.1). Este trabalho se centra na disposição geométrica das discontinuidades no maciço.

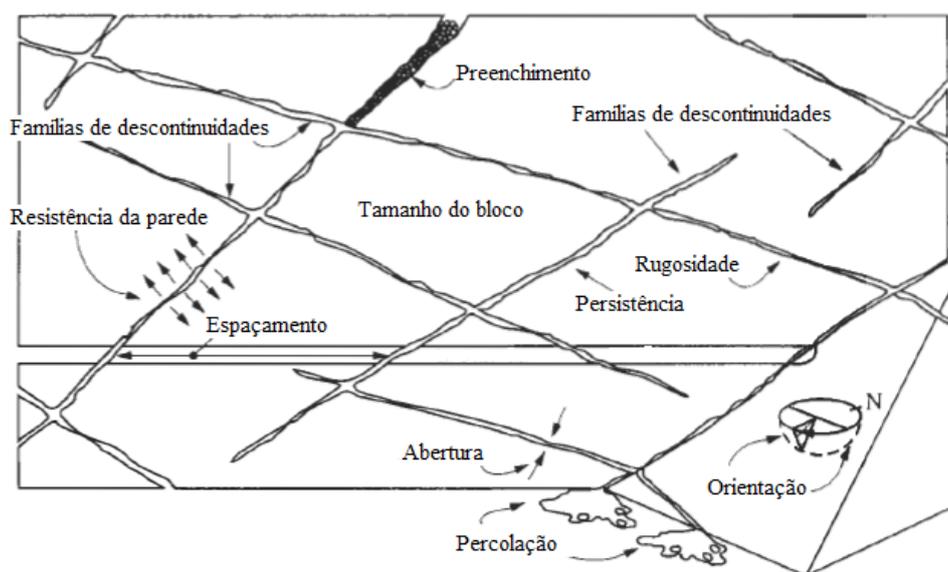


Figura 4.1 - Principais parâmetros morfológicos em descontinuidades, adaptado de ISRM (1981).

Verifica-se uma diminuição do espaçamento das descontinuidades à medida que se aproxima da superfície do terreno, devido à descompressão causada pela erosão e ação do intemperismo. Esta propriedade tem importância na definição de cotas de fundações e na exploração de pedreiras (ABGE 2013).

A orientação das descontinuidades é descrita pela direção do mergulho (α) (azimute), $0^{\circ} \leq \alpha \leq 360^{\circ}$, e o mergulho (Ψ), $0^{\circ} \leq \Psi \leq 90^{\circ}$. A direção do mergulho é o sentido do caimento do plano, isto é, o ângulo em relação ao norte magnético da reta de maior inclinação

projetado no plano horizontal imaginário. Já o mergulho é o ângulo de inclinação da reta de maior declive do plano com o plano horizontal. (Figura 4.2).

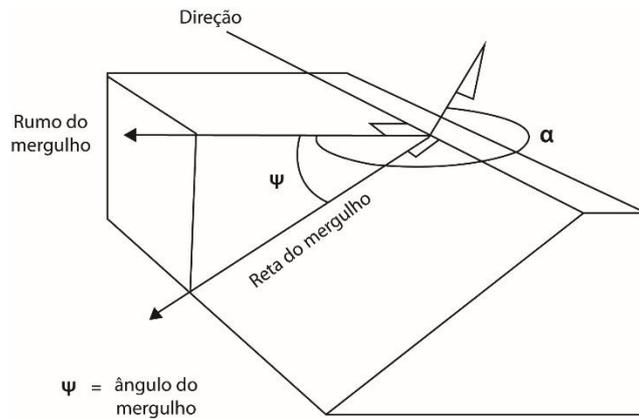


Figura 4.2 - Direção e ângulo de mergulho de uma estrutura geológica planar (ABGE 213).

Relacionado com os estados de alteração e fraturamento, Deere & Miller (1967) desenvolveram um sistema de classificação num índice que designaram RQD (Rock Quality Designation), indicativo da qualidade de maciços rochosos, definido a partir dos testemunhos de sondagens realizadas com recuperação contínua de amostra (equação 1).

$$RQD = 100 \sum_{i=1}^{i=n} l_i/L \quad (1)$$

Com l_i o comprimento do fragmento i -ésimo se supera um valor limiar t (geralmente de 10cm) que é o espaçamento entre descontinuidades (de qualquer tipo), e L o comprimento total da sondagem, (Figura 4.3).

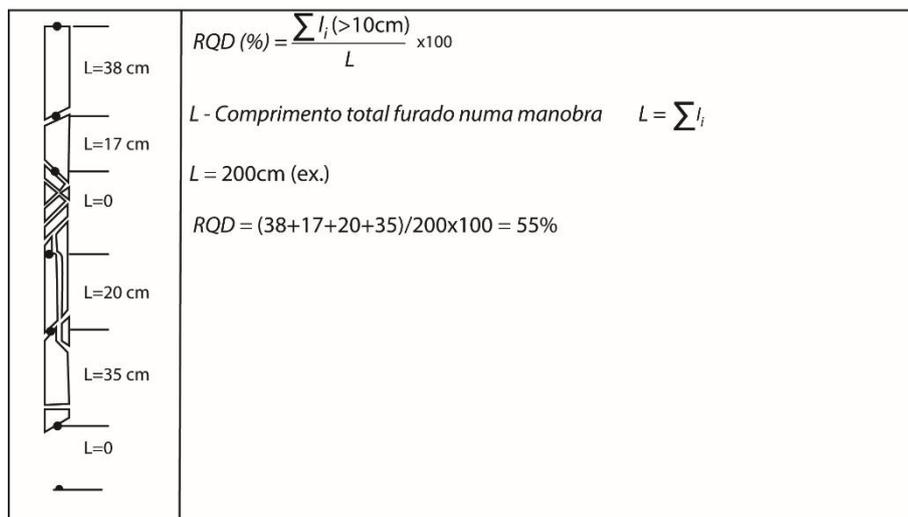


Figura 4.3 - Exemplo de obtenção do parâmetro RQD diretamente de um testemunho de sondagem (modificado de Deere & Miller, 1966).

Priest & Hudson (1976), para determinar o valor do RQD, utilizam a técnica de linha de varredura no afloramento do maciço para medir as distâncias entre descontinuidades (espaçamentos). A medição com auxílio da scanline (linha de varredura) consiste em anotar o espaçamento entre as descontinuidades com a scanline. Uma amostragem efetiva das descontinuidades existentes em um maciço deve ser de forma contínua, tornando o método da linha de varredura de grande eficiência (Fernandes, 2010).

O modelo teórico proposto por Priest & Hudson (1976) é de interesse para determinar o valor de RQD, pois dispensa a prospecção por sondagem em rocha e que gera um alto custo no empreendimento. Esses autores sugerem aprofundar os estudos da influência dos espaçamentos das descontinuidades no comportamento do maciço.

Segundo a ISRM (1978), o espaçamento pode ser medido em superfícies expostas, em testemunhos e em paredes de sondagens, através de câmaras fotográficas e de televisão e através de periscópios. Para medidas em afloramentos, deve ser instalada uma trena perpendicularmente aos traços das descontinuidades. Se a trena não for assim instalada, são necessárias correções para obter-se o espaçamento real, ao longo do comprimento da amostragem, e da aplicação da expressão:

$$S = d_m \text{ sen} \alpha, \text{ onde:}$$

S: espaçamento médio ou mais frequente

d_m : distância média ou mais frequente medida na linha de varredura

α : ângulo entre a linha de medida e a linha de mergulho das descontinuidades de determinada família.

A ISRM (1981) classifica o espaçamento por meio da adoção de intervalos de variação numérica, na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Espaçamento de descontinuidades (ISRM,1981)

SIGLAS	ESPAÇAMENTO(cm)	DENOMINAÇÕES
E1	>200	Muito afastadas
E2	60 a 200	Afastadas
E3	20 a 60	Medianamente afastadas
E4	6 a 20	Próximas
E5	<6	Muito próximas

As características de qualidade de maciços rochosos são consequência do seu estado de alteração e de fraturamento. O estado de fraturamento caracteriza-se pelo espaçamento entre diaclases, que são descontinuidades que dividem as rochas em blocos, onde não existiu movimento considerável (Tabela 4.2). A ISRM (1981) elaborou a classificação na Tabela 4.3, a modo simplificado.

Tabela 4.2 - Graus de fraturamento de maciços rochosos (ISRM,1981)

DESIGNAÇÃO	FRATURAS/m	DENOMINAÇÃO DO MACIÇO
F1	<1	Ocasionalmente fraturado
F2	1 a 5	Pouco fraturado
F3	6 a 10	Medianamente fraturado
F4	11 a 20	Muito fraturado
F5	>20	Extremamente fraturado

Tabela 4.3 - Classificação dos maciços rochosos com base no RQD (Deere, 1963).

RQD	Qualidade do maciço rochoso
0 - 25%	Muito fraco
25 - 50%	Fraco
50 - 75%	Razoável
75 - 90%	Bom
90 - 100%	Excelente

A sondagem rotativa pode se realizar com barrilete (tubo) duplo ou simples e com diversos diâmetros (Tabela 4.4), a maior diâmetro, maior qualidade nos testemunhos.

Tabela 4.4 – Diâmetros mais comuns de furos e testemunhos

Denominação	Ø Furo (mm)	Ø Testemunho (mm)
EW	37,71	21,46
AW	48,00	30,10
BW	59,94	42,04
NW	75,69	54,73
HW	99,23	76,20

As principais vantagens deste tipo de sondagem (Figura 4.4) são: Permite perfurações com ângulo de inclinação, pode atingir grandes profundidades e permite execução de ensaios de perda d'água no maciço rochoso.



Figura 4.4 – Equipamento de perfuração e testemunhos

A orientação de testemunhos (Figuras 4.5 e 4.6) pode ser feita durante a execução das sondagens rotativas, com o objetivo de determinação da orientação das descontinuidades do maciço rochoso (planos de estratificação, foliação, fraturamento, falhas, etc.) (Holcombe Coughlin & Associates, www.holcombecoughlin.com).



Figura 4.5 - Testemunho não orientado

Em testemunho orientado, vários métodos mecânicos são avaliáveis durante a perfuração para marcar o ponto mais baixo no topo da face de uma manobra do núcleo. Um núcleo orientado tem uma *orientation mark* ('OM') ao longo do núcleo marcando ou a linha mais baixa ou mais alta ao longo da perfuração inclinada, ilustrado na Figura 3.6.



Figura 4.6 - testemunho orientado com a linha de orientação no núcleo.

4.2 - Desenvolvimento

4.2.1 - Ferramentas matemáticas

4.2.1.1 – Histogramas, distribuições estatísticas (normal, lognormal, weibull, gamma e exponencial negativa) e testes de aderência

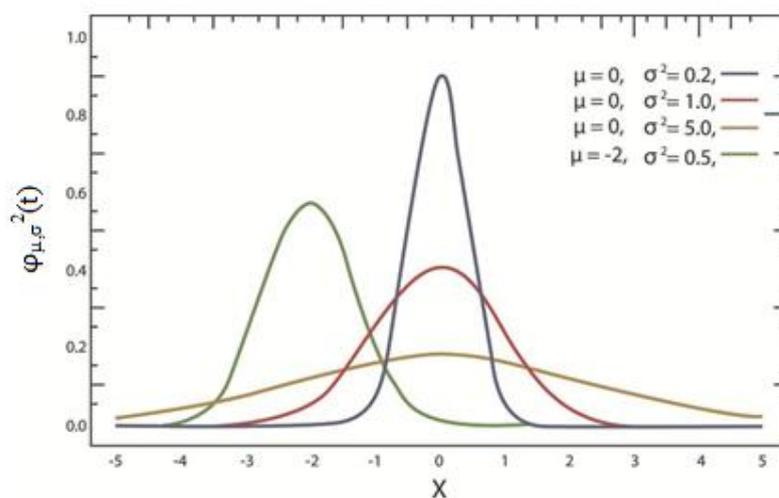
Morettin & Bussab (2013) definem histograma como o conjunto de retângulos que têm as bases sobre o eixo de abcissas e a área proporcional às frequências de classe (espaçamento entre descontinuidades). A construção de histogramas tem caráter preliminar em qualquer estudo e é um importante indicador da distribuição de dados. As distribuições aplicadas nesta dissertação são a normal, a lognormal, a weibull, a gama e a exponencial, que foram citadas por Priest & Hudson (1976), Sen (1993), Vali (2013) e Stavropoulou (2014) e explicadas a seguir:

A densidade da distribuição normal é dada pela função $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ definida pela Eq. 3, para todo $t \in \mathbb{R}$ e representada na Figura 3.7, sendo μ a média e σ^2 a variância.

Distribuição normal padronizada é aquela com $\mu=0$ e $\sigma^2=1$.

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{E-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} \quad (3)$$

Normal



Densidade de probabilidade

A cor vermelha representa a função φ de densidade de probabilidade da distribuição normal padrão $\sim N(0,1)$

Figura 4.7 – Exemplo distribuição normal
 (https://pt.wikipedia.org/wiki/distribuição_de_probabilidade)

Visualizando gráficos através de qqplot é possível explicar a fuga da normalidade, que pode ser sistemática nas seguintes situações: curtose (desvio; achatamento da curva com assimetria positiva); desvio de assimetria ($\mu_0 < \mu_d < \mu$; positiva) e ($\mu < \mu_d < \mu_0$; negativa) (Figura 4.8); mistura de distribuição; presença de outliers (box plot); dados discretos (Morettin & Bussab, 2013).

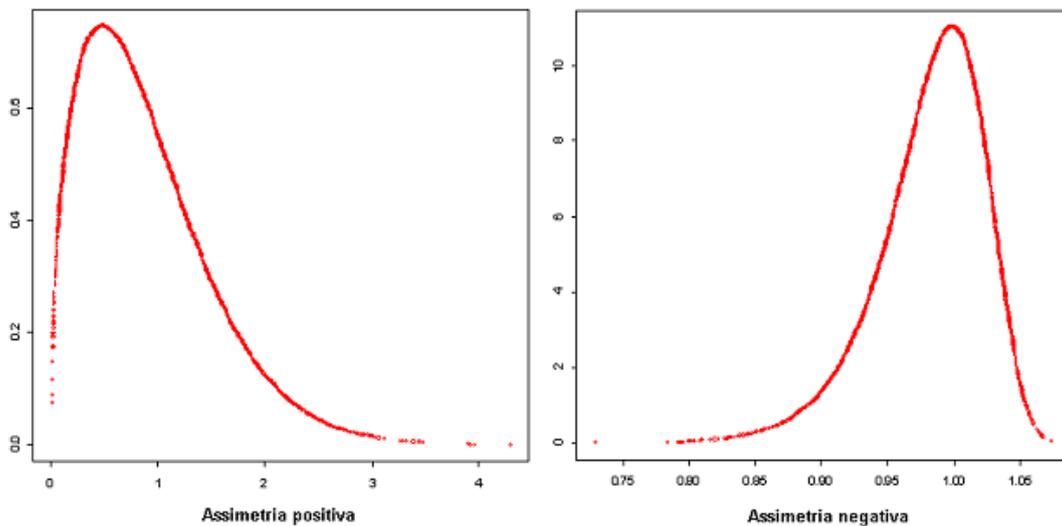


Figura 4.8 - Desvio de assimetria

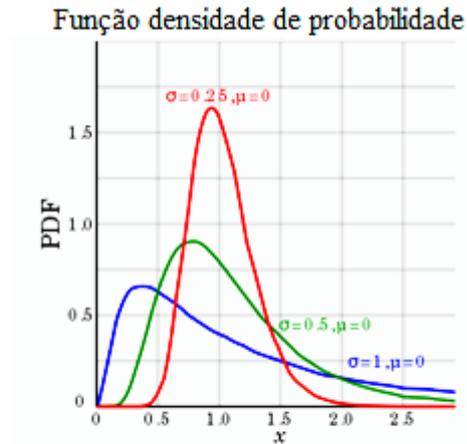
A variável aleatória positiva x segue a distribuição lognormal se o logaritmo de x é distribuída normalmente (4), e a fdp da lognormal é (5) (Fig.4.9).

$$\text{Se } x \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow e^x \sim \ln(\mu, \sigma^2) \rightarrow y \sim \ln(\mu, \sigma^2) \rightarrow \ln(y) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\ln(y) \sim N(\mu, \sigma^2) \tag{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} \tag{5}$$

Lognormal



Funções densidade de lognormal com parâmetro idêntico μ mas parâmetros diferentes σ

Figura 4.9 - Ex. de distribuição lognormal
(https://pt.wikipedia.org/wiki/distribuição_de_probabilidade)

A função de densidade de probabilidade da variável aleatória weibull (6) (Fig.4.10):

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-(x/\alpha)^\beta} & x \geq 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases} \quad (6)$$

Onde $\alpha > 0$ é o parâmetro de escala e $\beta > 0$ é o parâmetro de forma da distribuição.

Se adotar valores dos parâmetros $\alpha = \beta = 1$ na Eq. 5, a pdf weibull transforma em uma pdf exponencial negativa: $f(x; \alpha, \beta) = e^{-x}$.

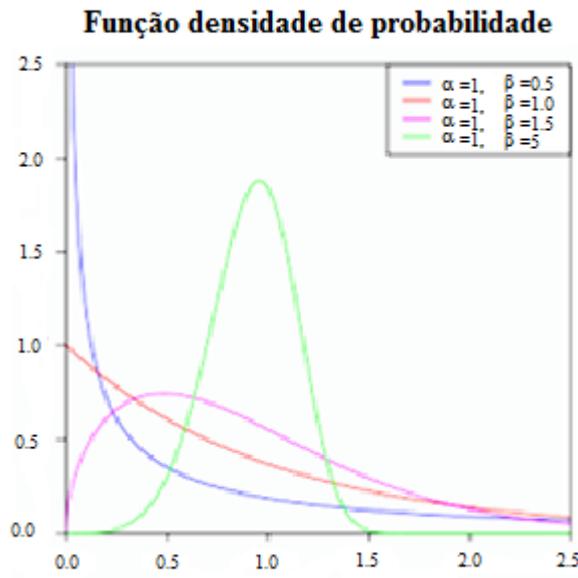


Figura 4.10 - Ex. de Distribuição weibull

(https://pt.wikipedia.org/wiki/distribuição_de_probabilidade)

A função de densidade de probabilidade na parametrização de escala-forma (7) (Fig.4.11).

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{para } x > 0 \text{ and } \alpha, \beta > 0 \quad (7)$$

Onde $\Gamma(\alpha)$ é a função gama.

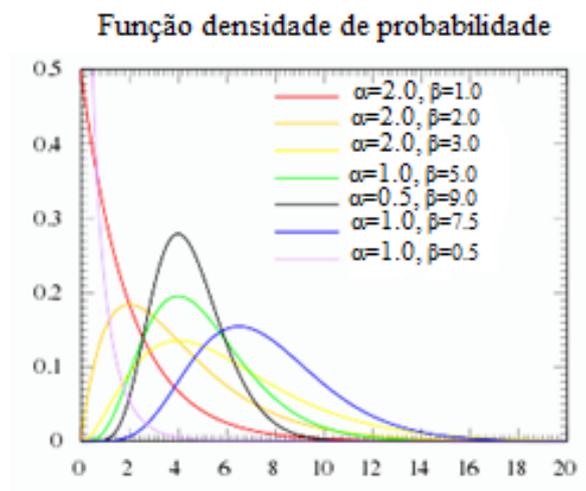


Figura 4.11- Ex. de distribuição gama

(https://pt.wikipedia.org/wiki/distribuição_de_probabilidade)

A função gama é uma extensão da função fatorial:

$$\Gamma(n+1)=n! \text{ ou } \Gamma(n)=(n-1)! \text{ para } n>0$$

Esta função é uma extensão analítica:

$$\Gamma(t)=\int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx$$

Se adotar valores dos parâmetros $\alpha = \beta = 1$ na Eq. 6, a pdf gama transforma em uma pdf exponencial negativa: $f(x; \alpha, \beta) = e^{-x}$.

A função de densidade de probabilidade de uma distribuição exponencial (8) (Fig.4.12):

$$f(x; \alpha) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (8)$$

Aqui $\alpha > 0$ é o parâmetro da distribuição, frequentemente chamado de parâmetro de escala (rate). A distribuição é suportada no intervalo $[0, \infty)$.

exponencial

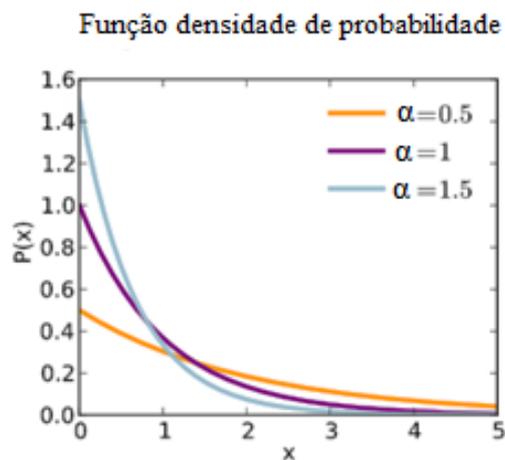


Figura 4.12 - Ex. de distribuição exponencial

(https://pt.wikipedia.org/wiki/distribuição_de_probabilidade)

Segundo Torman et al. (2012), as distribuições teóricas são modelos que representam o comportamento de determinado evento em função da frequência de sua ocorrência. Esses

autores adotaram as distribuições normal, t-student, qui-quadrado, gama e exponencial e os tamanhos amostrais de 10, 30, 50, 100, 500 e 1000; simularam 5000 amostras de cada par distribuição-tamanho amostral e realizados os testes de aderência Qui-quadrado (χ^2), Kolmogorov-Smirnov (KS), Lilliefors, Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia, Cramer-von Mises, Anderson- Darling e Jarque-Bera. Os resultados destes autores mostraram que os testes Shapiro-Francia e Shapiro-Wilk apresentaram percentuais de acerto de 72,41% e 72,15%, respectivamente e os testes KS e χ^2 mostraram percentuais de acerto de 44,78% e 61,58%, respectivamente.

Torman et al. (2012) recomendaram na análise os procedimentos não paramétricos para amostras pequenas, e os testes Shapiro-Francia ou Shapiro-Wilk para amostras maiores. De início verifica se a distribuição dos dados por diversos métodos ajusta a uma distribuição normal. A análise visual de alguns gráficos e os testes não-paramétricos de aderência são metodologias descritivas que testam a hipótese de normalidade.

Valdez (2017) diz que a pesquisa descritiva leva em conta a descrição de dados e características de uma população. A aquisição de dados reais, precisos e sistemáticos, são utilizados em médias, frequências e cálculos estatísticos similares. Para amostras de dimensão superior ou igual a 30 Valdez (2017) aconselha o teste de Kolmogorov-Smirnov com a correção de Lilliefors.

A pesquisa descritiva utiliza estatísticas descritivas que apresentam informação quantitativa e não fazem tentativas de alcançar conclusões ou fazer inferências dos dados disponíveis. Os estudos descritivos não oferecem teorias ou explicações sobre o fenômeno pesquisado, mas podem auxiliar na criação de uma hipótese que pode ser testada posteriormente por outros métodos. As ferramentas estatísticas auxiliam a criação de gráficos para a visualização de dados (Valdez, 2017).

No script do anexo, traçaram-se os histogramas com as curvas de distribuição dos dados (espaçamentos) tomando como exemplo o furo 100 da 1ª amostra, adotando números aleatórios para mostrar a forma geométrica das distribuições (Figuras 4.13 a 4.18). Empregou-se o comando gerador de números aleatórios que requer argumentos especificando o tamanho da amostra, além dos parâmetros requeridos pela distribuição de interesse, sendo que estes argumentos são os mesmos do furo citado e o procedimento é conhecido como bootstrap.

Furo 100

1) A distribuição normal (Gauss) pode observar-se na figura 4.13, com um determinado n° de elementos (n), média (mean) e desvio padrão (sd).

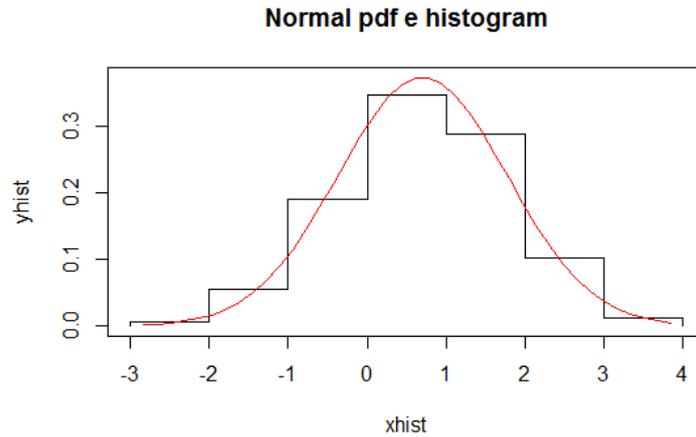


Figura 4.13 - Histograma e ajuste da distribuição normal de n° aleatórios: $n=1007$;
mean=0,64; sd=1,06.

2) A distribuição lognormal pode observar-se na figura 4.14, com um determinado n° de elementos (n), logaritmo da média (meanlog) e logaritmo do desvio padrão (sdlog).

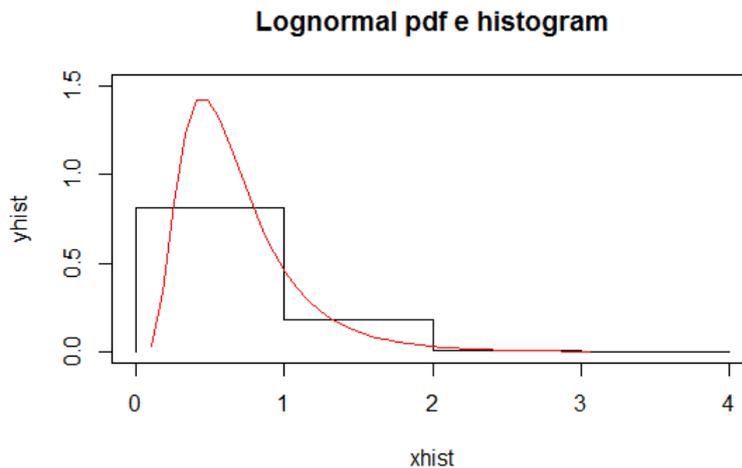


Figura 4.14 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal de n° aleatórios: $n=1007$,
meanlog=-0,52, e sdlog=0,54; espaçamento de 1,0m.

3) A distribuição gama pode-se observar nas figuras 3.18 a 3.21.

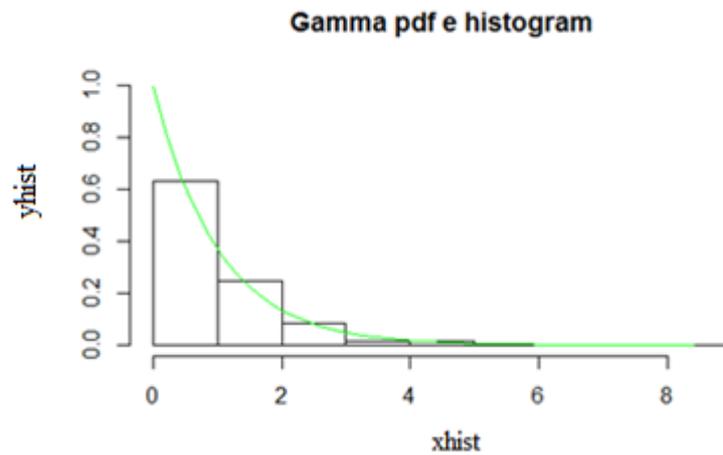


Figura 4.15 - Histograma e ajuste da distribuição gama de n° aleatórios: $n=1007$, $scale=1$ e $shape=1$.

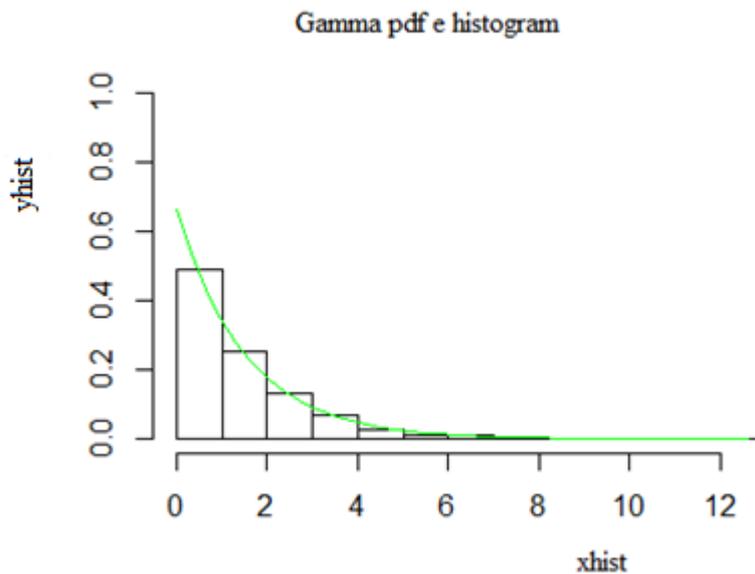


Figura 4.16 - Histograma e ajuste da distribuição gama de n° aleatórios: $n=1007$, $scale=1,5$ e $shape=1$.

Mantendo-se o valor de $\beta=1$ e alterando-se o valor de $\alpha=1$ para $\alpha=1,5$, a curva da distribuição gama não se altera em relação à forma com $\alpha=\beta=1$.

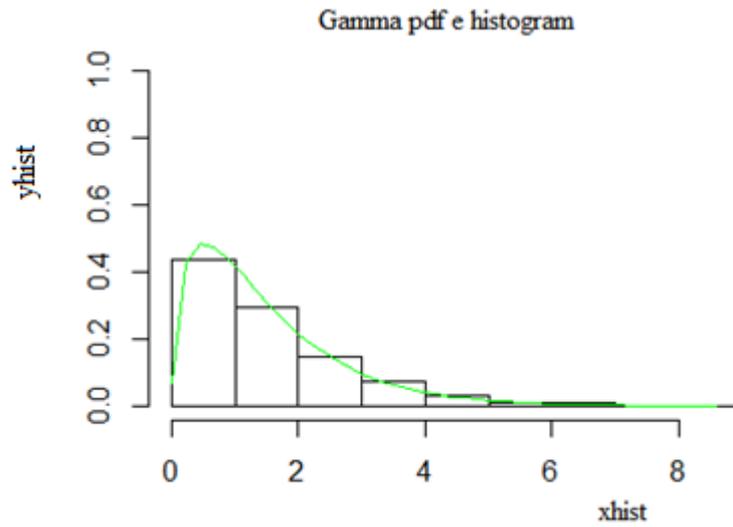


Figura 4.17 - Histograma e ajuste da distribuição gama de n° aleatórios: $n=1007$, $scale=1$ e $shape=1,5$.

Mantendo-se o valor de $\alpha=1$ e alterando-se o valor de $\beta=1$ para $\beta=1,5$, a curva da distribuição gama muda de forma em relação a $\alpha=\beta=1$.

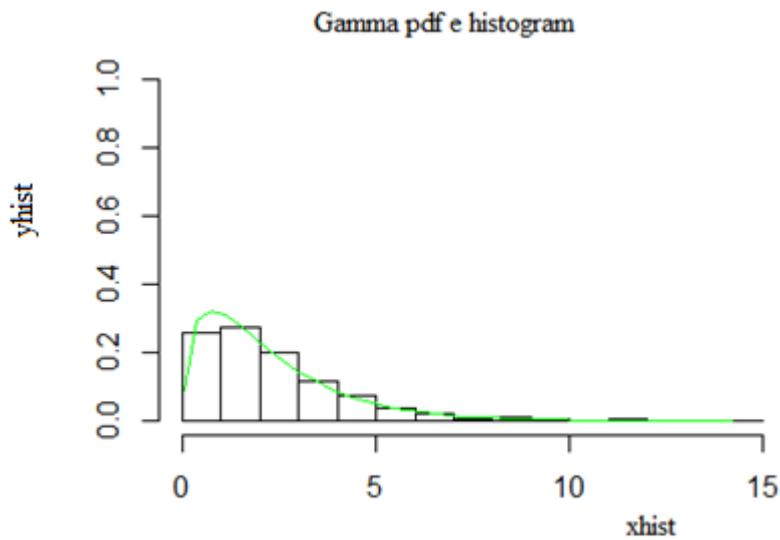


Figura 4.18 - Histograma e ajuste da distribuição gama de n° aleatórios: $n=1007$, $scale=1,5$ e $shape=1,5$.

Alterando-se o valor de $\alpha=\beta=1,5$, a curva da distribuição gama muda de forma em relação a $\alpha=\beta=1$.

4.2.1.2 - Testes de aderência KS, normalidade de Shapiro-Wilk e χ^2

Emprega-se o teste de hipótese nos testes das distribuições de dados. Considera a hipótese H_0 (inicial) quando os dados seguem determinada distribuição e H_a (alternativa) quando não atendem a essa distribuição.

Retirou-se de Morettin & Bussab (2014) e Mello & Peternelli (2013) uma síntese da teoria do teste de KS. O teste KS é citado na literatura de diversos autores do tema em estudo.

A função disponível no pacote stats, citation (package="stats") do R para realizar o teste e os parâmetros é o ks.test que está descrito no anexo I.

As hipóteses a serem comprovadas são: H_0 (hipótese nula) se os dados provêm de uma dada distribuição. H_a (hipótese alternativa) se os dados não provêm de uma dada distribuição. O conceito de hipótese na matemática é definido como um conjunto de condições iniciais num processo de demonstração, resultado e teste.

As condições adotadas são: Se $p\text{-value} > 0,05$ (alfa), não rejeitamos a hipótese H_0 . Por outro lado se $p\text{-value}$ ($p\text{-valor}$) $< 0,05$ (alfa), rejeitamos a hipótese H_0 e recai na hipótese H_a . O termo $p\text{-value}$ é a probabilidade de significância ou nível descritivo (é a probabilidade de se obter uma estatística igual ou mais extrema que aquela observada na amostra) e alfa o nível de significância (probabilidade de se rejeitar incorretamente a hipótese nula quando ela é verdadeira).

Mello & Peternelli (2013) empregaram o teste KS para verificar se uma amostra ou um conjunto de dados segue certa distribuição de interesse, e faz parte dos testes não paramétricos. Usualmente o valor de alfa é fixado em 5%, 1% ou 0,1%. O valor fixado de alfa envolve uma questionável arbitrariedade. Na dissertação adotou-se alfa de 5%.

Mello & Peternelli (2013) citam que o teste de normalidade Shapiro-Wilk é para identificar com certa confiança se a amostra ou conjunto de dados segue a distribuição normal. Concorrente ao teste KS, é usado apenas para a distribuição normal.

Mello & Peternelli (2013) dizem que o teste Shapiro-Wilk, proposto em 1965, é baseado na variável estatística W dada pela Eq. 9:

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2} \quad (9)$$

em que x_i são os valores da amostra ordenados ($x_{(1)}$ é o menor). A constante b é determinada da seguinte forma na equação 10:

$$b = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-1+i} \times (x_{(n-1+i)} - x_{(i)}) & \text{se } n \text{ é par} \\ \sum_{i=1}^{(n+1)/2} a_{n-1+i} \times (x_{(n-1+i)} - x_{(i)}) & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (10)$$

em que a_{n+1} são constantes geradas pelas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho n de uma distribuição normal. Seus valores, tabelados, são dados na tabela 1 do anexo III.

Mello & Peternelli (2013) realizaram o teste de Shapiro-Wilk adotando os passos a seguir:

1. Formular a Hipótese:

$$\begin{cases} H_0: \text{A amostra provém de uma população normal} \\ H_1: \text{A amostra não provém de uma população normal} \end{cases}$$

2. Estabelecer o Nível de significância do teste (alfa), normalmente 0,05;

3. Calcular a estatística de teste:

Ordenar as n observações da amostra: $x_{(1)}, x_{(2)}, x_{(3)}, \dots, x_{(n)}$, equações 10 e 11:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \quad (11)$$

Calcular b e W . (12)

4. Tomar a decisão: Rejeitar H_0 ao nível de significância alfa se $W_{\text{calculado}} < W\alpha$ (os valores críticos da estatística W de Shapiro-Wilk são dados na tabela 2 do anexo III).

O *script* de Ricci (2005), na linguagem R, implementa o teste χ^2 às distribuições gama, exponencial negativa e lognormal. Algumas observações de caráter quantitativo x_1, x_2, \dots, x_n podem ser testadas, pertencentes a uma população com uma pdf $f(x, \theta)$, onde θ é um vector de parâmetros a estimar com dados disponíveis. São características de ajuste de distribuições

a hipótese de famílias de distribuições, a estimativa de parâmetros, avaliar a qualidade do ajuste e a bondade de ajuste de testes estatísticos.

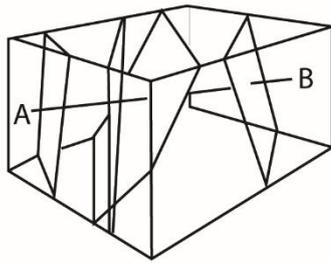
4.2.2 - A relação entre as descontinuidades de rocha e o RQD

Em Priest & Hudson (1995) mostra-se a importância das análises de descontinuidades para aplicações na geotecnia, devido à grande influência das descontinuidades na resistência, deformabilidade e permeabilidade do maciço.

De acordo com Hudson & Harrison (2000), uma amostra de espaçamentos com mais 200 medidas plotadas na forma de histograma, mostra em geral uma distribuição exponencial negativa.

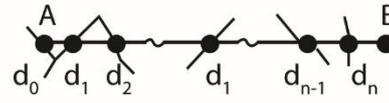
As medidas de espaçamento de descontinuidade podem ser separadas em três formas (Wines & Lilly, 2002) ao longo de uma linha. Primeira, o espaçamento total é a distância entre duas descontinuidades adjacentes com localização e orientação. Segunda, o espaçamento de uma família é o espaçamento entre duas descontinuidades adjacentes de uma família de descontinuidade com localização e orientação. Terceira, o espaçamento normal de uma família é o espaçamento que é normal à orientação média de uma família. Na dissertação adotou-se a primeira forma de medida de espaçamento de descontinuidade citada por Wine & Lilly (2002).

Priest & Hudson (1976) observaram que descontinuidades nunca são similarmente distribuídas em todas as direções e, valores dependerão da direção da linha de mapeamento. O método teórico RQD de Priest & Hudson (1976), baseia-se em que as distâncias entre descontinuidades num testemunho de sondagem seguem uma PDF exponencial negativa (Figs. 4.19A , 4.19B e 4.20).



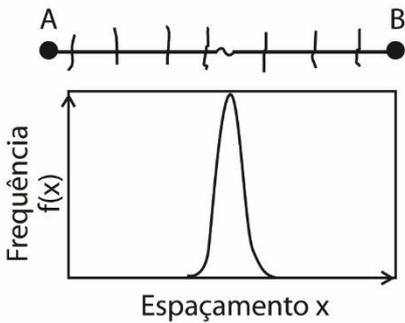
(a) pontos de interseções de discontinuidades ao longo de uma linha reta (AB) no maciço rochoso.

Distância entre A e a i ésima descontinuidade = d_i

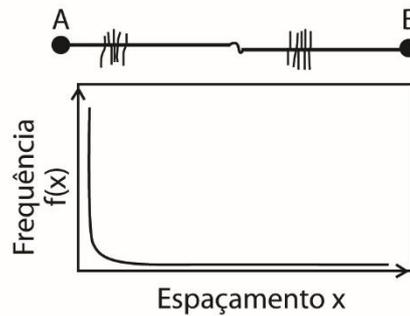


Valores de espaçamento (x) dados como $x_i = d_i - d_{i-1}$ para $i=1 \rightarrow n$

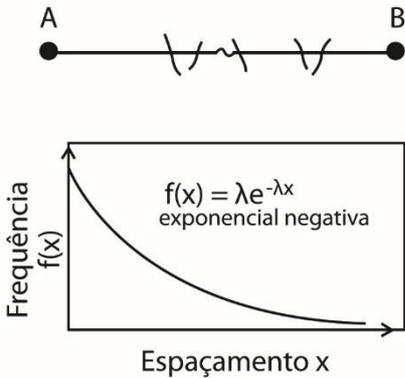
(b) Linha de varredura em uma superfície de rocha exposta



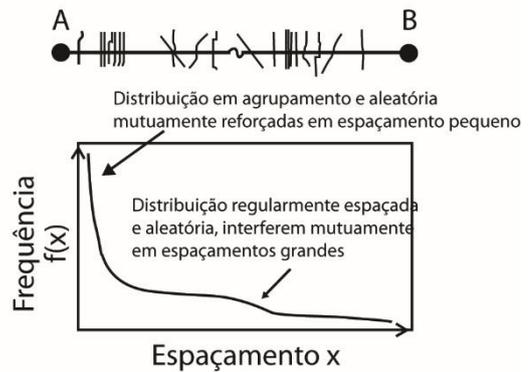
(c) Distribuição bem espaçada



(d) Distribuição em agrupamentos



(e) Distribuição aleatória



(f) Combinação de distribuições

Figura 4.19A – Distribuição teórica de espaçamento de descontinuidades (modificado de Priest & Hudson, 1976).

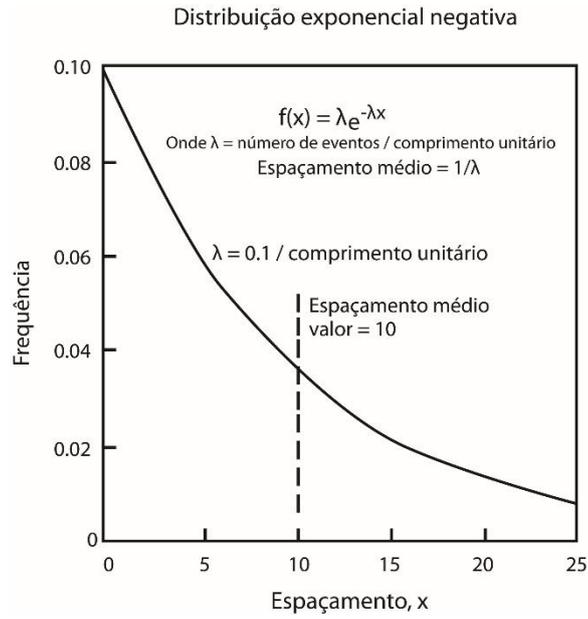


Figura 4.19B – Distribuição exponencial negativa para expressar as distâncias entre descontinuidades num testemunho de sondagem (modificado de Priest, 1995).

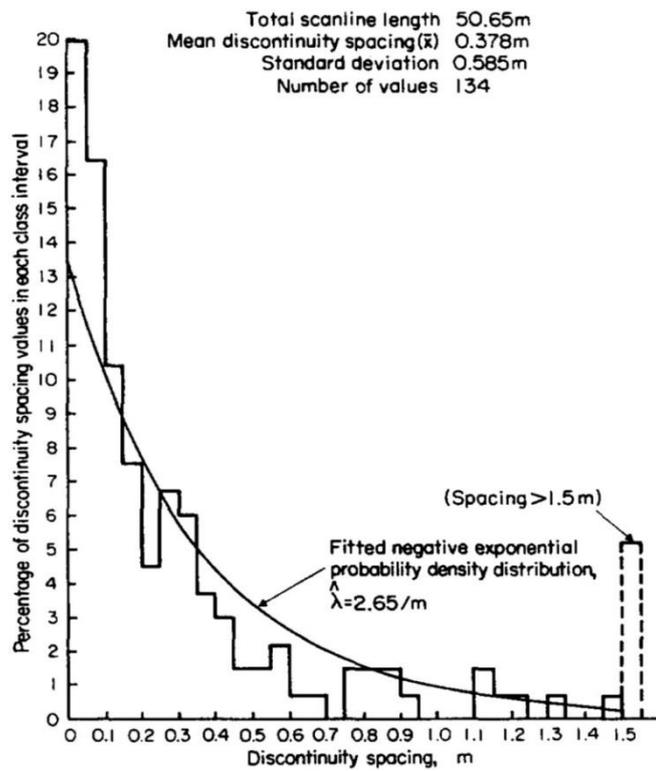


Figura 4.20 - Distribuição estatística das distâncias entre descontinuidades (Priest & Hudson, 1976)

O número de descontinuidades no testemunho de sondagem por unidade de comprimento é a frequência das descontinuidades (λ). Para estimativas de λ é necessário mapear um comprimento, no mínimo, cinquenta vezes maior que o espaçamento médio das descontinuidades (Priest & Hudson, 1976).

A equação 14 expressa o valor do RQD teórico para um valor limiar t , sob a hipótese de que as descontinuidades em um maciço rochoso ao longo de uma linha estão separadas por distancias que seguem uma distribuição exponencial negativa (equação 13), mostrado em Discontinuity Spacings in Rock (página 137) de Priest & Hudson (1976):

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (13)$$

$$RQD_t = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1) \quad (14)$$

A aproximação linear para a equação 14 de RQD_t (Figura 4.21), é dada por (15), mostrado em Discontinuity Spacings in Rock (página 143) de Priest & Hudson (1976):

$$RQD_{0,1} = 110,4 - 3,68\lambda \quad (15)$$

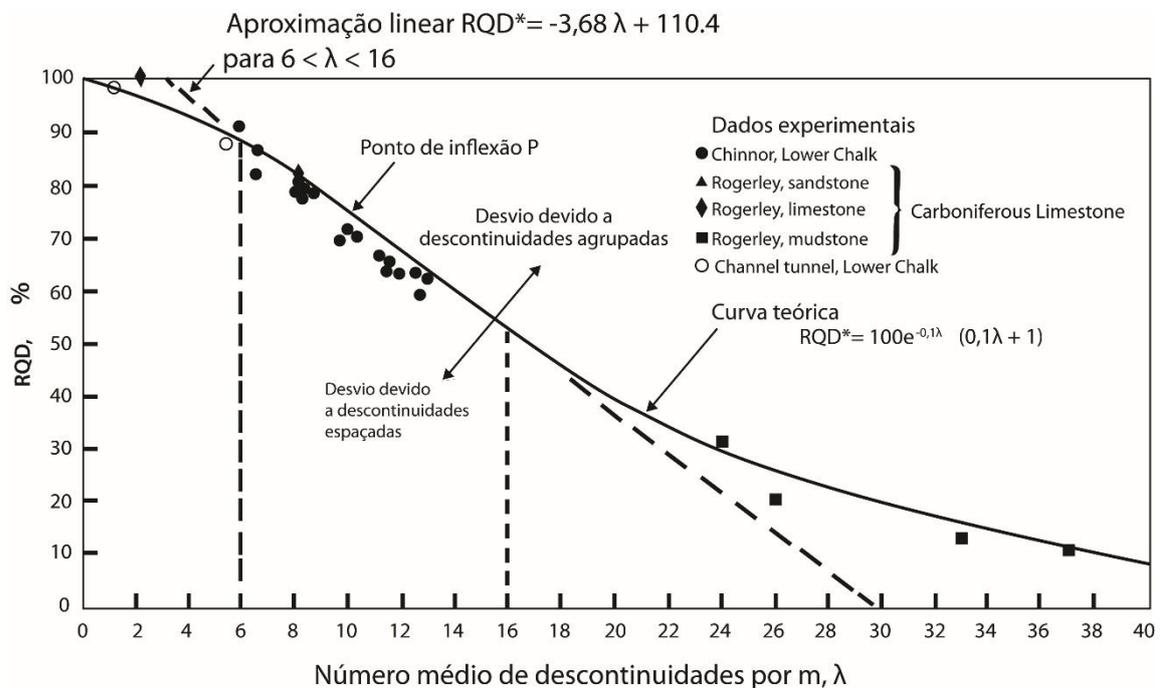


Figura 4.21 - Relação entre RQD e a frequência da média de descontinuidades (modificado de Priest, 1995).

A frequência de descontinuidade λ é uma propriedade fundamental da estrutura da rocha.

O RQD para maciços rochosos é relacionado ao contador volumétrico de juntas (J_v), pelas equações empíricas 16 e 17, em (ISRM, segundo Palmström 2005).

$$RQD = 110 - 2,5 J_v, \text{ se } 4 < J_v < 44 \quad (16)$$

$$115 - 3,3 J_v, \text{ em outro caso}$$

Para $J_v < 4,5 \text{ m}^{-1}$, o valor de $RQD = 100\%$

$$J_v = \sum 1/S_i \quad (17)$$

S_i : S_i é o espaçamento médio entre descontinuidades da família i -ésima

Essa relação em ISRM (1981) é empírica e independente da direção da linha de sondagem.

No ISRM (1981) propõe-se as designações para o tamanho de blocos em função de J_v apresentadas na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Designações de tamanho de blocos em função de J_v (ISRM, segundo Palmström 2005).

DESIGNAÇÃO	J_v (juntas/m ³)
Blocos muito grandes	<1,0
Blocos grandes	1-3
Blocos médios	3-10
Blocos pequenos	10-30
Blocos muito pequenos	>30
Rocha esmagada	>60

Há similaridade entre as equações de RQD proposta pela ISRM (1981) e a equação de RQD_t proposta por Priest & Hudson (1976) que reforça o modelo teórico destes autores.

Deere & Miller (1967) apresentaram dados resumidos de amostras e linhas de varredura em quatro tipos de rocha (Figura 4.22).

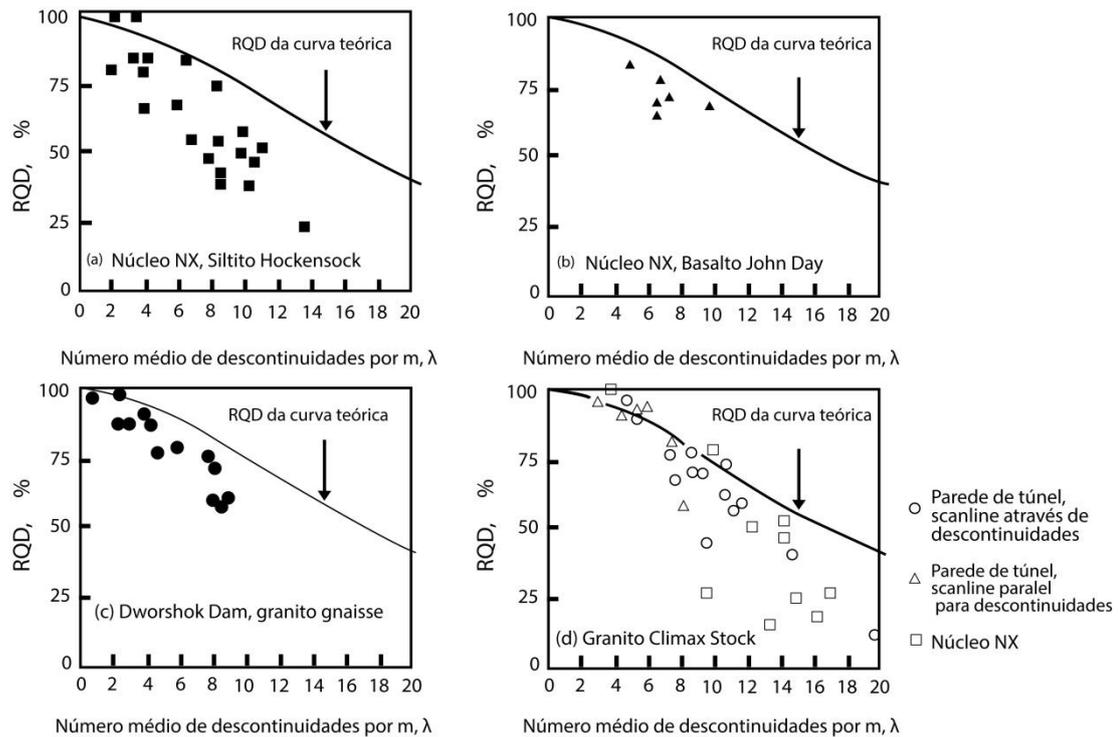


Figura 4.22 - Comparação entre RQD medido e teórico (modificado de Deere & Miller, 1967).

Segundo Sen (1993), a distribuição weibull (Eq. 18, Figura 4.23) expressa as frequências relativas de espaçamentos de discontinuidades ao longo de uma linha de varredura melhor do que a distribuição exponencial negativa proposta por Priest & Hudson (1976). Os gráficos de RQD x frequência de fratura para a weibull são usados em estudos práticos para previsão do valor de RQD de um maciço rochoso, sem a necessidade de investigação do solo por perfuração. Cada curva neste gráfico é rotulado com o fator escala α da distribuição weibull. Decréscimo no fator escala implica melhoria na qualidade de rocha (RQD) (Fig. 4.24).

$$f(x) = \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} \exp[-(x/\beta)^\alpha], \quad x > 0; \alpha, \beta > 0 \quad (18)$$

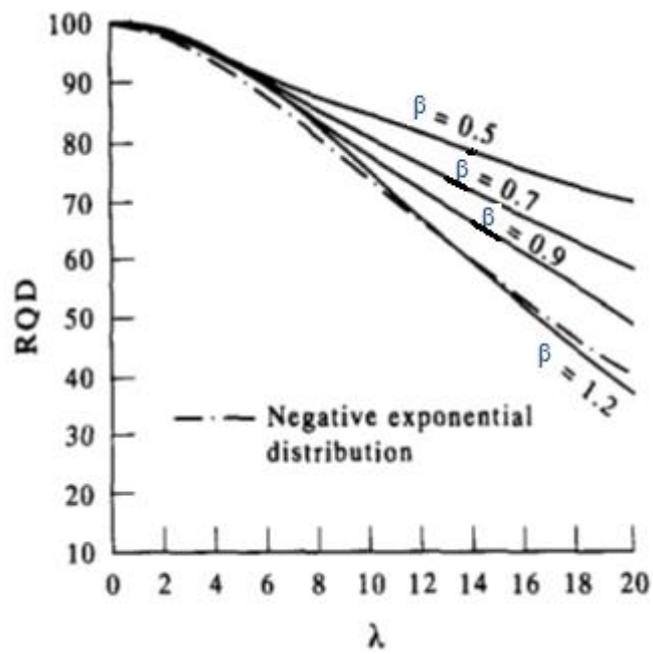


Figura 4.23 - Conjunto de funções de distribuição weibull (Sen, 1993).

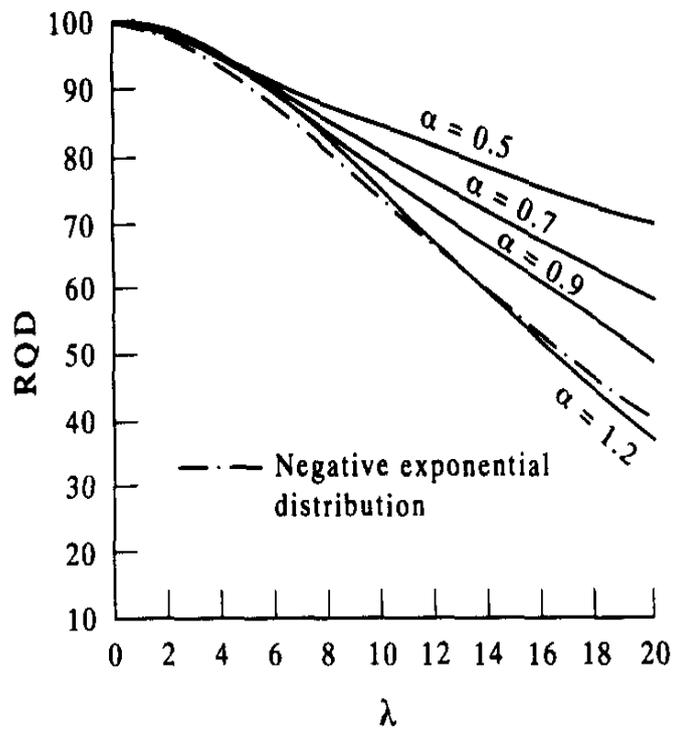


Figura 4.24 - Variação de RQD com λ por Weibull (PDF); α é um parâmetro de escala; (Sen, 1993).

Vali (2013) obteve valores de RQD diretamente da observação de furos de sondagens e linhas de varredura (Fig. 4.25, Tabela 4.6) no depósito Ok Tedi, na província mineral de Western Fold Belt (a qual incorpora New Guinea Fold Belt e Papuan Fold Belt). Sendo as principais unidades: as sedimentares, como a de Siltito Ieru, de Calcário Darai e a Formação Pnyang e as intrusivas, como as de Monzodiorita, Pórfiro Monzodiorita e Escarnito (Figura 4.26).

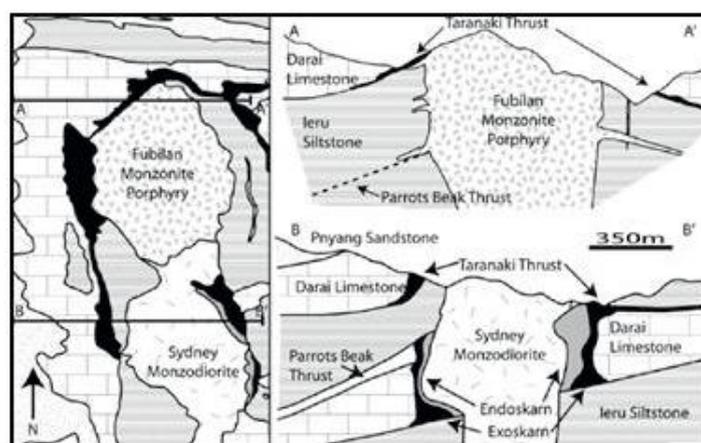


Figura 4.25 - Geologia local de Ok (Vali, 2013). As linhas de varredura AA' e BB' são horizontais, e as sondagens verticais

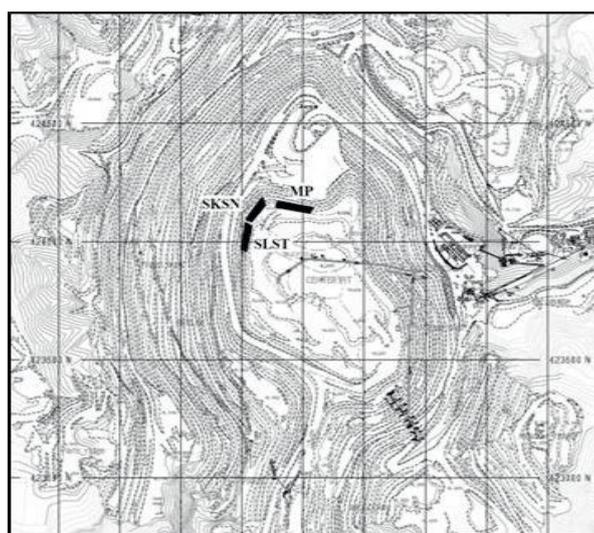


Figura 4.26 - Localizações indicando a área de mapeamento (SKSN: Escarnito, SLST: Siltito, MP: Pórfico Monzonita) (Vali, 2013).

Tabela 4.6: Dados contados de fratura coletados durante mapeamento (Vali, 2013).

Dip: 070°, Strike: 177° (Mapeamento do talude)			
Intervalos-Frequência de fraturas (m⁻¹)-Falhas Geral-Comentários			
0 - 1m	5	1	Maior falha ocorre através do talude
1 - 2m	3	1	
2 - 3m	3	1	
3 - 4m	10	1	
4 - 5m	5	1	
5 - 6m	5	1	
6 - 7m	4	1	
7 - 8m	7	1	
8 - 9m	6	1	
9 - 10m	4	1	
10 - 11m	3	1	
11 - 12m	5	1	
12 - 13m	3		
13 - 14m	4		
14 - 15m	4		
15 - 16m	4		
16 - 17m	3		
17 - 18m	7		
18 - 19m	7		
19 - 20m	5		
20 - 21m	5		
21 - 22m	4		
22 - 23m	4		
23 - 24m	4		
24 - 25m	6		
25 - 26m	9		
26 - 27m	4		
27 - 28m	2		
28 - 29m	2		
29 - 30m	4		

Para o caso de pórfiro monzonita em Ok Ted, Vali (2013) chegou na equação 19 utilizando a equação 15 de Priest & Hudson (1976). Observa-se que as equações 15 e 19 são similares. O conceito geral da diminuição nos valores de RQD com aumento da frequência da fratura é confirmado da análise realizada na figura 4.27.

$$RQD = 105,9 - 3,0845 \lambda \quad (\text{para a aproximação linear: } 2 < \lambda < 10) \quad (19)$$

A equação 19 gera o gráfico da figura 4.27. A relação RQD x λ deste estudo de caso é similar à proposta por Priest & Hudson (1976).

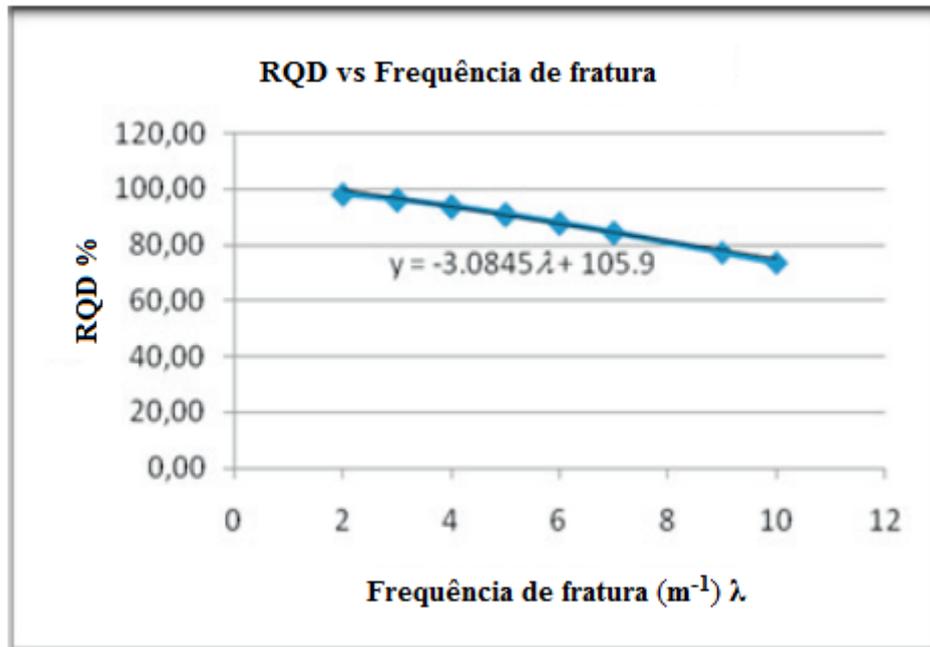


Figura 4.27 - RQD x frequência de fratura em pórfiro monzonita (Vali, 2013).

Stavropoulou (2014) demonstrou em virtude do método de simulações de Monte-Carlo que “se os espaçamentos são gerados via um processo de Poisson, então o número de descontinuidades medidas por comprimento fixado de uma scanline ou testemunho de perfuração, segue a função de densidade de weibull”. Para descrever esse processo, Morettin & Bussab (2013) designaram por N_t o número de eventos (nosso caso são os espaçamentos das descontinuidades) no intervalo $[0,t)$, obteremos o que se chama de processo de Poisson, para todo $t \geq 0$. A distribuição de Poisson é empregada quando se deseja contar o número de eventos de certo tipo que ocorrem num intervalo de tempo, ou superfície (nosso caso é a distância) ou volume. A variável aleatória (v.a.) N tem uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda > 0$ se segue a equação 20, logo λ representa o número médio de eventos ocorrendo no intervalo considerado.

$$P(N = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Dando sequência a Stavropoulou (2014), o valor médio dos espaçamentos de uma dada família de descontinuidade ao longo de uma scanline ou furo, dever ser encontrada pela equação 21.

$$x_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (21)$$

x_m : espaçamento médio da família

N : número total de espaçamentos da família

x_i : espaçamento i -ésimo

Segundo Stavropoulou (2014) no histograma da figura 4.28 mostra λ ao longo duma scanline de 500m de comprimento, produzido por três famílias de descontinuidades com frequências médias de $2,2 \text{ m}^{-1} (\lambda_1, \lambda_2)$ e $0,4 \text{ m}^{-1} (\lambda_3)$.

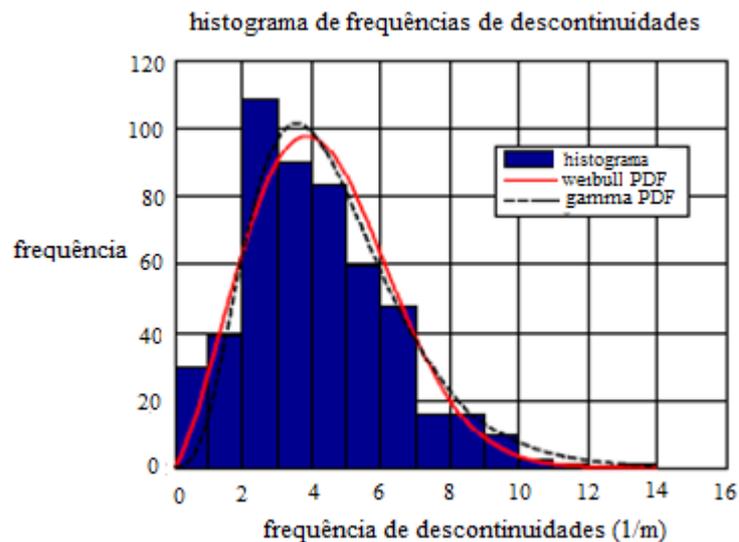


Figura 4.28 - Resultados de simulação referente a histograma de frequência de descontinuidade e funções de densidade gamma e weibull melhores ajustadas (Stavropoulou, 2014).

Os valores α e β da distribuição weibull são encontrados por análise de regressão não linear. Foi testada a função de distribuição gamma de parâmetros de escala α e forma β . A pdf gama é representada pela equação 22 (Stavropoulou, 2014).

$$f_g(\lambda) = \frac{1}{\alpha\beta\Gamma(\beta)} \lambda^{\beta-1} e^{-\lambda/\alpha} \quad (22)$$

sendo: Γ :gama; $E_g(\lambda) = \alpha \beta$ (média); $var_g(\lambda) = \alpha^2 \beta$ (variância)

Stavropoulou (2014) testou as funções de densidade weibull e gama empregando os testes qui-quadrado, KS e coeficiente de regressão, obtendo o ajuste das distribuições no histograma de frequência (figura 4.28). Observa-se que a distribuição weibull está passando no teste do chi-quadrado em que o valor observado é menor que o valor crítico ($11,9 < 23,2$) e a distribuição gama não em que o valor observado é maior que o valor crítico ($246,1 > 23,2$) (tabela 4.7).

Tabela 4.7 – Ajuste de bondade do chi-quadrado para frequências de junta simulada (valor crítico para nível de significância $\alpha=0,01$ e $\chi^2_{L=23,2093}$) (Stavropoulou, 2014).

Distribuição	Valor observado	p-value	Desenvolvimento
weibull	11,9492	0,71153	aceita
gamma	246,1232	1	rejeita

Stavropoulou (2014) observou que no KS, o valor de ajuste de bondade (valor observado) das distribuições weibull e gama são maiores do que o valor crítico para $\alpha=0,01$ (tabela 4.8).

Tabela 4.8 – Ajuste de bondade de KS para frequências de junta simulada (valor crítico para nível de significância $\alpha=0,01$ is DL=0,07243) (Stavropoulou, 2014).

Distribuição	Valor observado
gamma	0,1556
weibull	0,11138

Stavropoulou (2014) mostrou um resultado típico de RQD, com valor limiar de 0,1m, calculado a cada 10m por um comprimento de scanline de 250m, que intercede três famílias de descontinuidades, que exibem frequências aparentes de $\lambda'_1 = \lambda'_2 = 2m^{-1}$ e $\lambda'_3 = 1m^{-1}$ (Fig. 4.29).

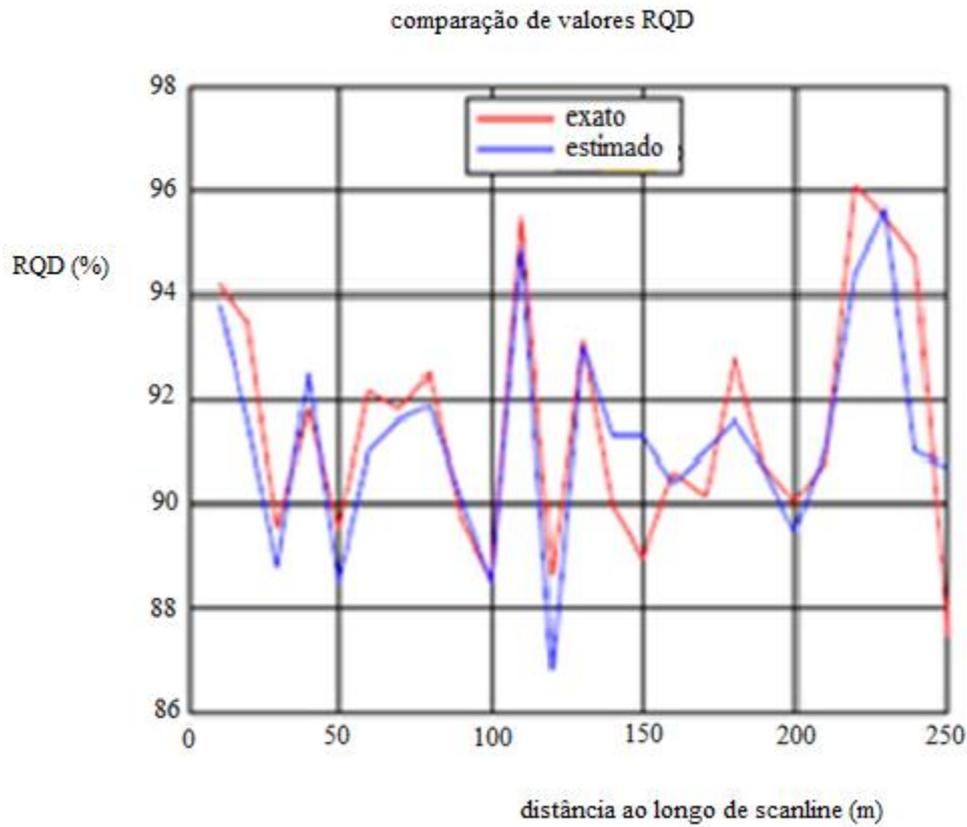


Figura 4.29 - Comparação entre medida de experimentos (exatos) e RQD teórico de Priest & Hudson (estimados) (1976).

Segundo Stavropoulou (2014) o comprimento do intervalo de amostragem para estimativa de RQD, foi selecionado ser sempre igual ou maior do que 50 vezes o espaçamento médio de descontinuidades, que é igual para $1/(\lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3)$.

Em um estudo de caso de uma pedra de mármore branco dolomítico, Stavropoulou (2014) descreveu um painel típico de mármore com volume de $10 \times 10 \times 6 \text{ m}^3$, dentro de uma pedra construído de um código de elemento distinto (3DEC4.10.Itasca™, 2012) (Figura 4.30), com as direções de corte das orientações de junta e assume-se uma distribuição uniforme de espaçamentos das três famílias de junta.

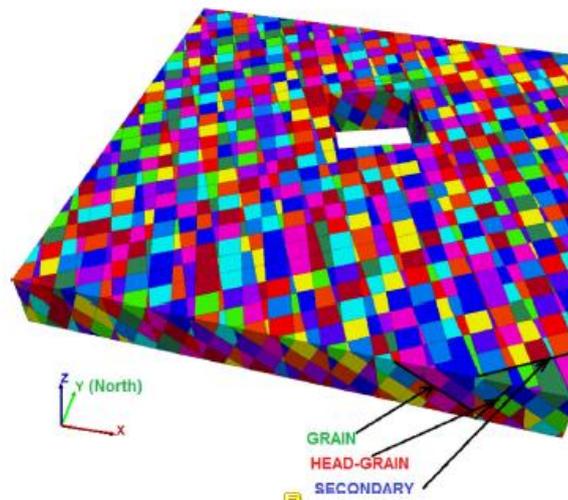


Figura 4.30 - Vista isométrica do modelo de um banco de mármore fraturado com painel escavado de $10 \times 10 \times 6 \text{ m}^3$ (Stavropoulou, 2014).

Registraram-se por Stavropoulou (2014) vinte e quatro furos por fratura de frequência (FF) a cada metro pelo número de juntas por metro (λ), com a localização e a medida de FF's ao longo deles (Figura 4.31).

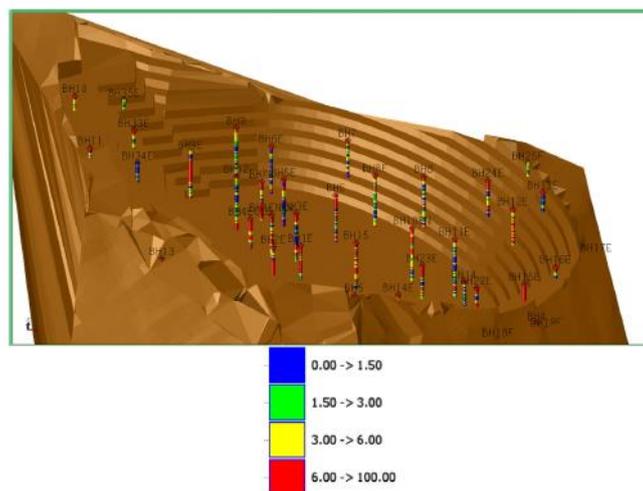
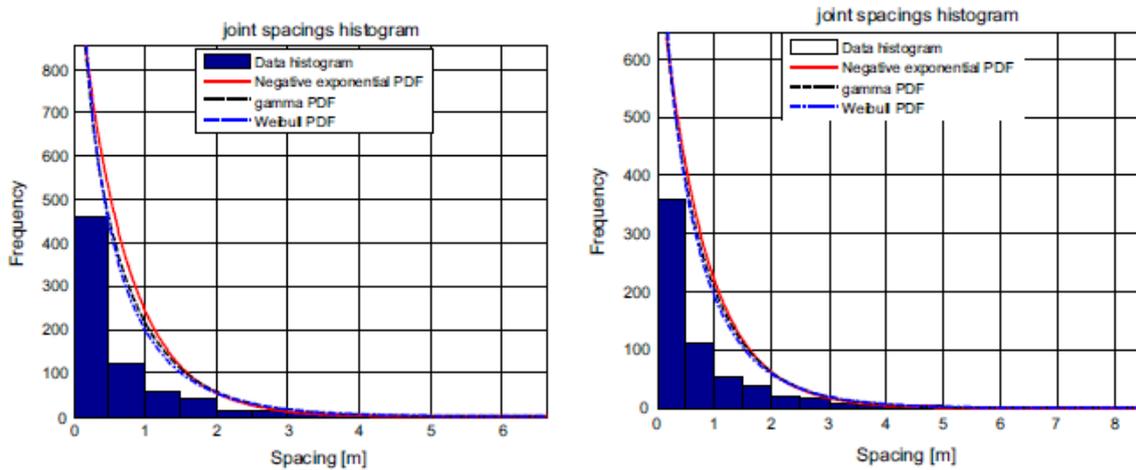


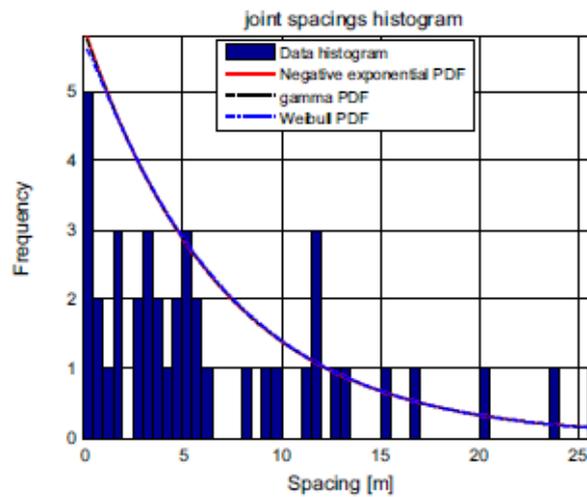
Figura 4.31 - Distribuição das quatro qualidades de mármore expressada como λ ao longo dos furos verticais dentro dos limites da pedreira planejada (Stavropoulou, 2014).

Stavropoulou (2014) através de inspeção em testemunhos gerou dado de espaçamento de descontinuidade aparente em histogramas de frequência. Ajustaram-se três funções de distribuição em famílias de dados (material granular, cabeça-material granular e descontinuidades secundárias), sendo a distribuição exponencial negativa de um parâmetro, e as distribuições weibull e gama com dois parâmetros (Fig. 4.32).



(a)

(b)



(c)

Figura 4.32 - Histogramas: (a) material granular; (b) cabeça-material granular; (c) descontinuidades secundárias (Stavropoulou, 2014).

Stavropoulou (2014) aplicou o ajuste-de-bondade nos testes do qui-quadrado e de KS. No teste do qui-quadrado as distribuições weibull e gamma passam no critério, entretanto na weibull os dados coincidem melhor (tabela 4.9). No teste KS mostra que nas funções weibull e gama o valor observado é maior do que o valor crítico e não passam no critério (Tabela 4.10).

Tabela 4.9 - Ajuste-de-bondade do Qui-quadrado para λ ao longo dos furos dentro dos limites da escavação final (valor crítico: $\chi^2_{L=42,9798}$; $\alpha=0,01$) (Stavropoulou, 2014).

Distribuição	Valor observado
weibull	2,5565
gama	2,9936

Tabela 4.10 - Ajuste-de-bondade de KS para λ nos núcleos de broca dentro dos limites da escavação final (valor crítico: $DL=0.058577$; $\alpha=0,01$) (Stavropoulou, 2014).

Distribuição	Valor observado
gama	0,17712
weibull	0,18906

Call et al. (1976) e Wallis & King (1980), estudando um granito porfirítico, Baecher et al. (1977), Einstein & Baecher (1983) e Baecher (1983), efetuando análises estatísticas de maciços rochosos fraturados sedimentares dobrados, metamórficos de alto grau, sedimentares de água rasa, graníticos, vulcânicos e de minérios de cobres porfiríticos, chegaram a conclusões similares àsquelas de Priest & Hudson (1976) e de Hudson & Priest (1979), sobre a exponencialidade da distribuição dos espaçamentos entre descontinuidades, ao longo de linhas de amostragem.

Porém, há mais autores no grupo dos que não concordam com a hipótese de Priest & Hudson (1976), como Thorpe (1981), Witherspoon & Gale (1983) e Rouleau & Gale (1985), que determinaram a distribuição dos espaçamentos das descontinuidades no maciço pela lognormal.

Thorpe (1981) discutiu os espaçamentos de descontinuidades de quatro famílias identificadas no quartzo-monzonito da mina de Stripa (Suécia), a partir de dados de sondagens orientadas, encontrando distribuições lognormais.

Witherspoon & Gale (1983) e Rouleau & Gale (1985) estudaram os espaçamentos de descontinuidades de quatro famílias do quartzo-monzonito da mina de Stripa (Suécia) na área de uma galeria, a partir dos dados de sondagens, considerando a distância perpendicular entre as descontinuidades consecutivas de uma família. A comparação da distribuição dos espaçamentos com modelos teóricos exponencial, lognormal e de weibull indicou melhor ajuste às distribuições lognormais. A tabela 4.11 mostra a distribuição dos espaçamentos determinadas por diversos autores.

Tabela 4.11 - Tipos de distribuição de espaçamentos (modificado de Tressoldi, 1991).

Autor (data)	pdf das distribuições
Snow(1968,1970)	exponencial negativa
Call et alii (1976)	exponencial negativa
Priest & Hudson(1976)	exponencial negativa
Baecher et alii (1977)	exponencial negativa
Hudson & Priest (1979)	exponencial negativa
Wallis & King (1980)	exponencial negativa
Thorpe (1981)	lognormal
Baecher; Einstein & Baecher (1983)	exponencial negativa
Witherspoon & Gale (1983)	lognormal
Rouleau & Gale (1985)	lognormal
Sen (1993)	weibull
Palmström (2005)	exponencial negativa (similar a Priest & Hudson (1976) para $4 < J_v < 44$)
Vali (2013)	exponencial negativa (similar a Priest & Hudson (1976) para $2 < \lambda < 10$)
Stavropoulou (2014)	weibull

5 - METODOLOGIA

5.1 - Levantamento dos espaçamentos de descontinuidades em testemunhos de rocha

Estão disponíveis três furos não orientados de testemunhos de sondagem (furos FBA 062, FBA137 e FBA 138) no Departamento de Geologia/UFOP, doados pela empresa Jaguar.

Levantou-se na rocha em estudo as distâncias entre as descontinuidades com uma trena e os ângulos de inclinação com um transferidor, ao longo dos testemunhos de sondagem e tomando-se como referência para as medidas uma linha no centro dos núcleos. O banco de dados da amostra desta empresa foi gerado e tomou-se como exemplo o furo 062 que está representado na figura 5.1. Trata-se de um xisto extraído para pesquisa mineral de ouro na região da mina de ouro Bahú, localizada em Rio Acima (MG) (Junqueira, 2017) (Figura 5.2). A empresa que realizou a sondagem foi a Mata Nativa.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	Local: Mina de Ouro Bahú-Rio Acima/MG				
4	Empresa: Mata Nativa				
5	Ensaio: Sondagem rotativa				
6	Material: Testemunho de rocha xisto				
7	Furo: FBA 062				
8					
9					
10	Furo062	caixa	prof(cm)	esp(cm)	incl(°)
11		caixa 16	4385	19,00	70
12				16,50	70
13				15,00	70
14				12,50	70
15				8,50	70

Figura 5.1 - Registro de testemunho não orientado do furo 062.

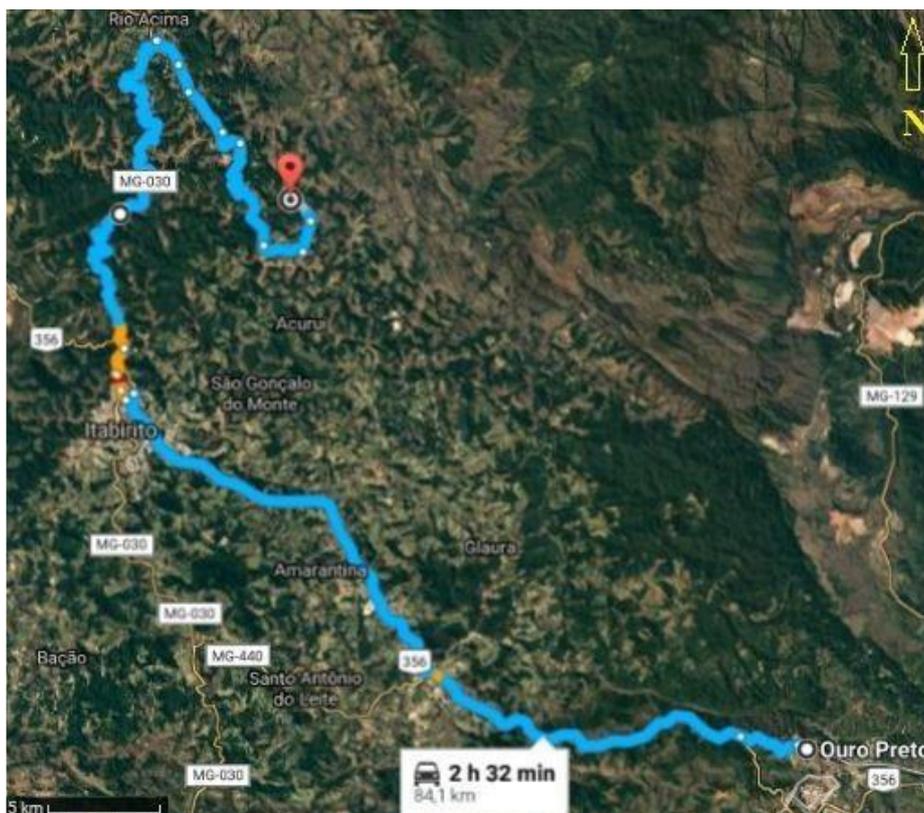


Figura 5.2 - Mapa de localização do furo de sondagem FBA 138 (identificado pelo marcador vermelho) e a via de acesso tendo como origem Ouro Preto/MG. Google Maps. Consulta realizada em 10/01/2017 (Junqueira, 2017).

5.2 - O banco de dados de uma mineradora brasileira

Adquiriu-se de uma empresa de mineração um banco de dados de testemunhos de rocha, com as medidas de distâncias entre descontinuidades ao longo do furo da sondagem, ângulos de mergulho das descontinuidades e diversos tipos de litologia, gnaisse e milonito (GNM) e quartzo, clorita e xisto (QCX). Representou-se como exemplo o furo 100 na Figura 5.3 do banco de dados da amostra cedido por esta empresa.

REGISTRO DE TESTEMUNHO ORIENTADO															
Orientação: mergulho:50°				Azimute:180°				Diâmetro do furo:				Diâmetro do testemunho:NQ			
TRV	Profundidade ()	STR.	Orientação		Preenchimento			Espessura ()	F	R	Litologia	Observações	Downhole Survey		
			DIP ()	DIR'N ()	1	2	3						Trend	Pluenge	
1	50.10	JN	45	345	O			B	P	4	GN		179	47	
2	50.15	JN	25	66	O	N		B	C	5	GN		179	47	
3	51.17	JN	40	310	P	O		B	P	2	GN		179	47	
4	51.70	JN	5	238	P	I		B	U	2	GN		179	47	
5	51.93	JN	64	310	O	P		B	C	3	GN		179	47	
6	52.00	JN	50	223	O	P		B	P	2	GN		179	47	
7	52.20	JN	15	216	O	M		B	C	2	GN		179	47	
8	52.36	JN	40	250	O	P		B	C	3	GN	com clorita	179	47	
9	52.46	JN	37	298	O	P		B	C	2	GN		179	47	
10	52.50	JN	36	178	O	P		B	C	2	GN	com azurita	179	47	
11	52.68	JN	44	258	P	O		B	C	2	GN		179	47	
12	52.90	JN	55	228	P			B	P	2	GN		179	47	
13	53.40	JN	28	360	P			B	P	6	GN		179	47	
14	54.15	JN	30	310				B	C	2	GN		179	47	
15	54.72	JN	45	108	A			B	P	5	GN		179	47	
16	54.95	JN	40	296	A			B	P	4	GN		179	47	
17	55.10	JN	55	143	M			B	I	4	GN		179	47	
18	55.50	JN	26	296	K			B	P	2	GN		179	47	
19	55.70	JN	50	217	M			B	C	5	GN		179	47	
20	56.15	JN	40	306	M			B	O	2	GN		179	47	
21	59.05	JN	40	152	R			B	P	2	GN		179	47	
22	60.38	JN	60	164	C			B	P	2	GN		179	47	
23	60.70	JN	43	352	K			R	P	2	GN		179	47	

Figura 5.3 - Registro de testemunho orientado do furo 100.

5.3 Utilização do software R para traçar os histogramas e as distribuições estatísticas e realizar os testes de aderência nos dados das amostras de rocha

Realizaram-se no programa R os histogramas, as distribuições estatísticas e os testes de aderência das distribuições no banco de dados da amostra em dois furos orientados da empresa mineradora e em três furos não orientados no experimento xisto da empresa Jaguar.

Foram avaliadas as distribuições normal, lognormal, gama e exponencial a princípio em números aleatórios com dados das amostras (bootstrap), o que gera as próprias distribuições para observar a forma geométrica das mesmas, e em seguida nos dados das amostras que gera uma determinada distribuição. Os dois procedimentos são adotados para comparar as curvas geradas e se ter uma noção prévia da possibilidade dos dados das amostras seguirem ou não determinada distribuição estatística.

Empregou-se os testes de KS, o teste de normalidade de Shapiro-Wilk e o χ^2 (implementado no *script* de Ricci (2005)) nos dados das amostras para confirmar as distribuições nos mesmos.

Mello & Paternelli (2013) comentam que o teste KS faz parte dos testes não paramétricos e pode ser empregado também para comparações de amostras quando requisitos inerentes aos testes paramétricos não são atendidas.

Para realizar os testes de hipóteses foram utilizados os testes paramétricos ou testes não paramétricos. Os testes paramétricos baseiam-se em medidas intervalares da variável dependente. São requisitos para estes testes a distribuição normal, homogeneidade dos dados e variáveis intervalares e contínuas. Já os testes não paramétricos baseiam-se em dados ordinais e nominais e são muito úteis para a análise de amostras grandes e muito pequenas e que os requisitos paramétricos não se verificam.

As distribuições adotadas no estudo basearam nos autores Priest & Hudson (1976), Sen (1993), Vali (2013), e Stavropoulou (2014). Os testes de aderência KS e Shapiro-Wilk também foram citados nestes artigos.

6- RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 - 1ª amostra

Trata-se de um Gnaisse e milonito (GNM) junto com quartzo, clorita e xisto (QCX) em dois furos, o furo 110 e o furo 100.

Faz parte do estudo apresentarem o histograma, a distribuição estatística dos dados e o teste de aderência desta distribuição (Testaram-se as distribuições normal, lognormal, gama e exponencial negativa dos dados). O *Script*, em linguagem R, pode se consultar no anexo I. No gráfico de histograma o eixo x é de espaçamento nas escalas de 1,0m e 0,10m, e o eixo y é de probabilidade em porcentagem (%).

6.1.1 - Furo 110

O **furo 110** possui 70 dados (distâncias entre fraturas) com profundidade de 43,91 a 120,79 m (comprimento total de 76,88 m); $\lambda = 70/76,88 = 0,91 \text{ m}^{-1}$; denominação da rocha: pouco fraturado (1 a 5). No caso de adotar a equação 3 de Priest & Hudson (1976), o que não estaria de acordo com o resultado obtido no presente trabalho, que obteve uma distribuição lognormal dos espaçamentos de rocha, resulta em: $RQD_t = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1) = 99,60$; qualidade de rocha: excelente (90-100%); adotou: t (valor limiar para o comprimento intacto) = 0,10m. No caso de adotar o cálculo de RQD direto de Deere & Miller (1967) obtém-se: $RQD (\%) = 100 \sum_{i=1}^{i=n} x_{i/L} = 99$; qualidade de rocha: excelente (90-100%). Observou-se nos histogramas das figuras 6.1 e 6.2 e na caixa box correspondente aos dados observados na Figura 6.3, uma porcentagem (frequência) maior de espaçamentos menores.

Histograma FO110

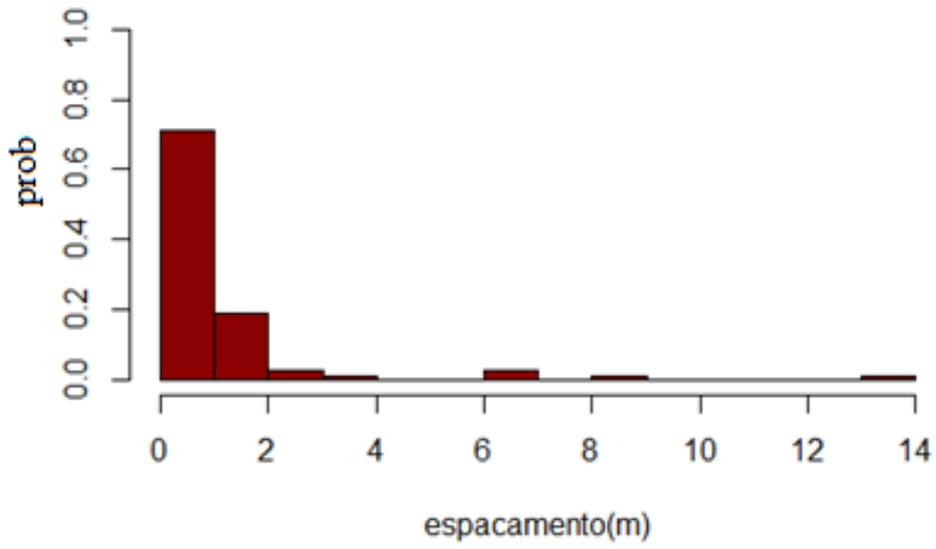


Figura 6.1 - Histograma do furo 110 com eixo x na escala em 1m.

Histograma FO110

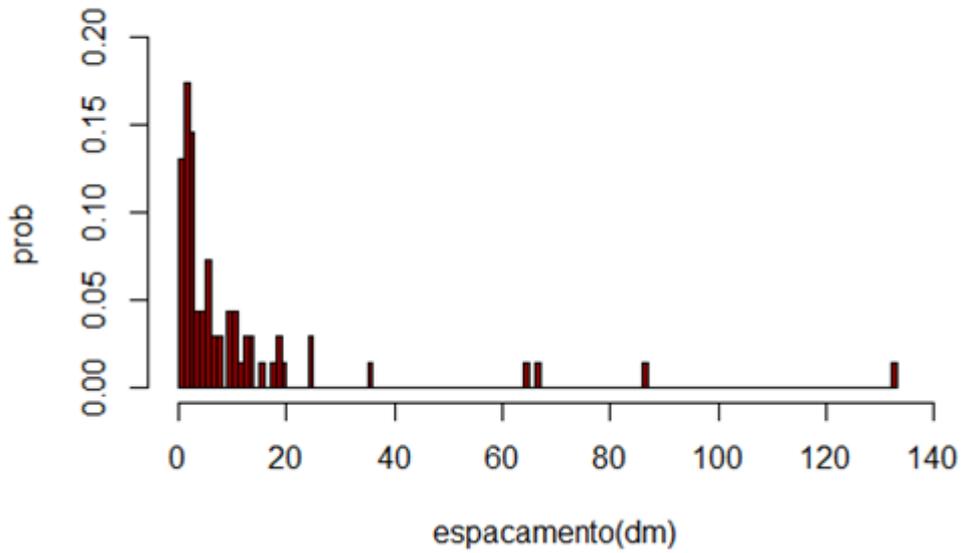


Figura 6.2 - Histograma do furo 110 com eixo x na escala de 0,10m.

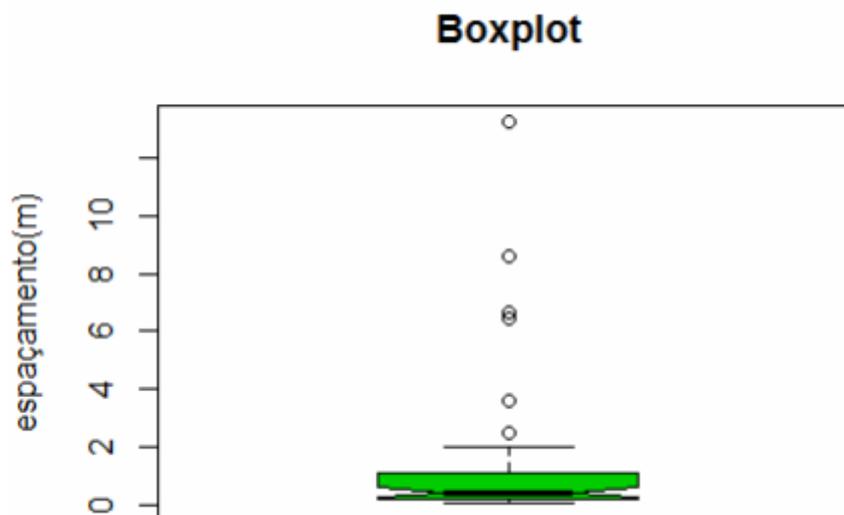


Figura 6.3 - Boxplot do furo 110 com escala de 1m.

6.1.1.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência para o furo 110

A distribuição **normal** pode ser observada na Figura 6.4 com $n=69$, $\text{mean}=1,11$, $\text{sd}=2,13$ e Figura 6.5 com $n=69$, $\text{mean}=11,28$, $\text{sd}=21,37$, onde n é número de espaçamentos entre descontinuidades, mean a média estatística e sd o desvio padrão. Foram realizados os testes de aderência **KS**, teste de normalidade **Shapiro-Wilk** e o χ^2 , para confirmar se os dados da amostra (espaçamentos das descontinuidades) seguem de fato os tipos de distribuições adotadas. Com o **teste KS** na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value} < 2,2E-07$, sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H_0 é rejeitada: segundo o teste os dados (espaçamentos entre as descontinuidades) não seguem uma distribuição normal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o $p\text{-value} < 2,2E-07$, sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada: os dados não seguem uma distribuição normal. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value}=5,012e-14$ ($\cong 4,16E-06$) sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada e segundo o teste os dados (espaçamentos entre as descontinuidades) não seguem uma distribuição normal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o $p\text{-value} < 5,419e-14$ ($\cong 4,16E-06$) sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, concluindo que os dados não seguem uma distribuição normal (o que era previsível ao observar a forma do histograma).

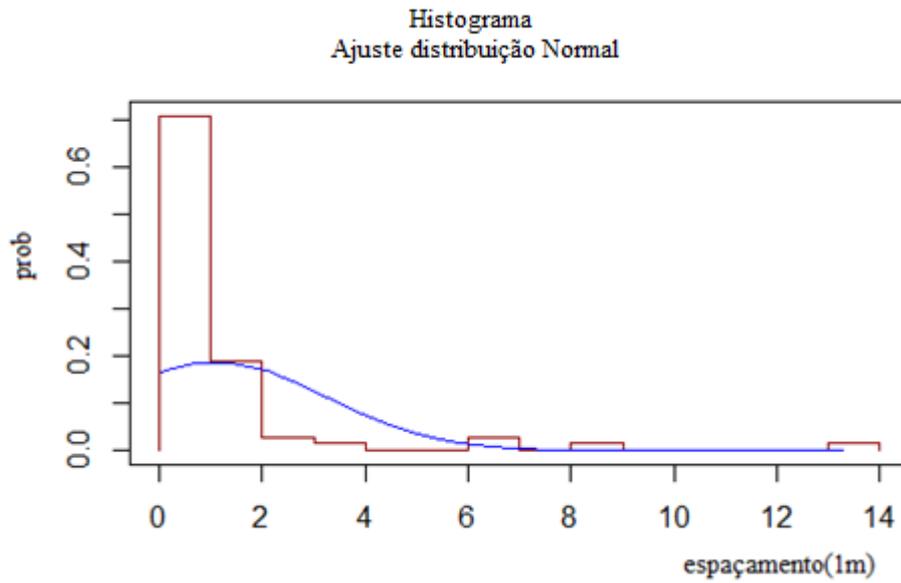


Figura 6.4 - Histograma e ajuste da distribuição normal com escala no eixo x com espaçamento de 1m.

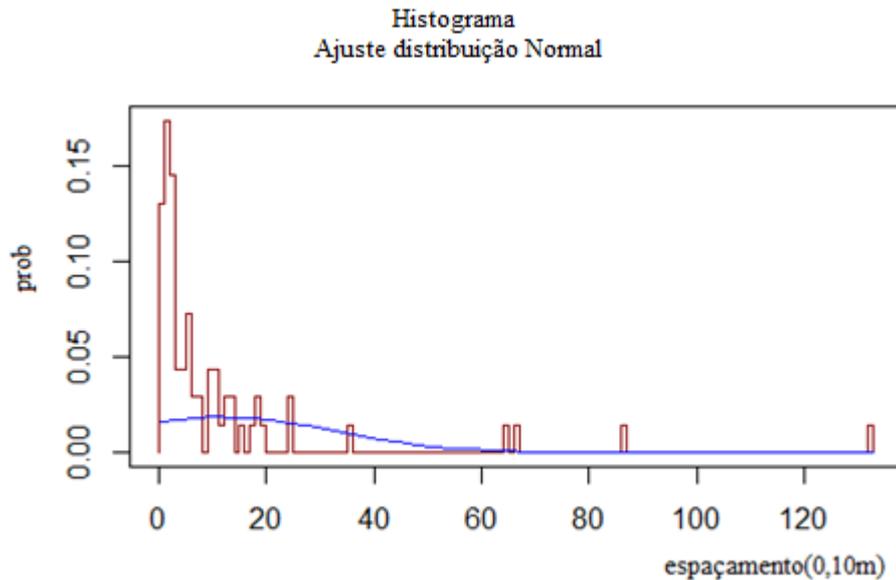


Figura 6.5 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,10m.

A distribuição **lognormal** pode ser observada na Figura 6.6 com $n=69$, $\text{meanlog}=-0,8212986$, $\text{sdlog}=1,307999$ e na Figura 6.7 com $n=69$, $\text{meanlog}=1,50$, $\text{sdlog}=1,30$, onde meanlog é o logaritmo da média estatística e sdlog o logaritmo do desvio padrão. Com o **teste de aderência KS**, na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value}=0,4174$ (41,74%), sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H_0 não é rejeitada, mostrando que os

dados seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou o p-value=0,5084 (50,84%), sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição lognormal. Com o χ^2 , na escala de 1,0m determinou-se o p-value=0,2382 (23,82%) sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value=0,2382 (23,82%) sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 não é rejeitada: os dados seguem uma distribuição lognormal. Com o teste de normalidade Shapiro-Wilk, na escala de 1,0m determinou-se o p-value=0,206 (20,6%) sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value=0,2943 (29,43%) sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 não é rejeitada, podendo concluir que os dados seguem uma distribuição lognormal.

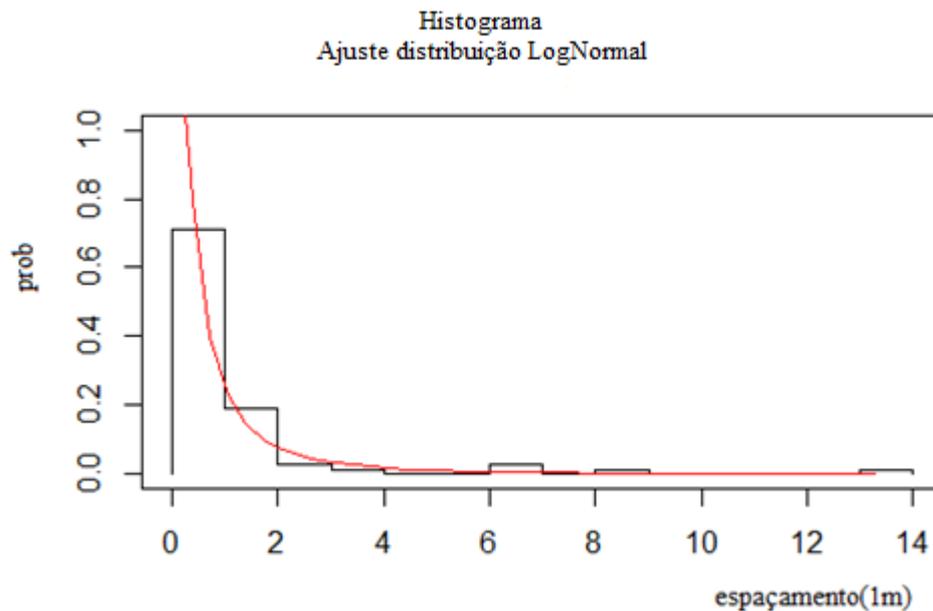


Figura 6.6 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com escala no eixo x de 1m.

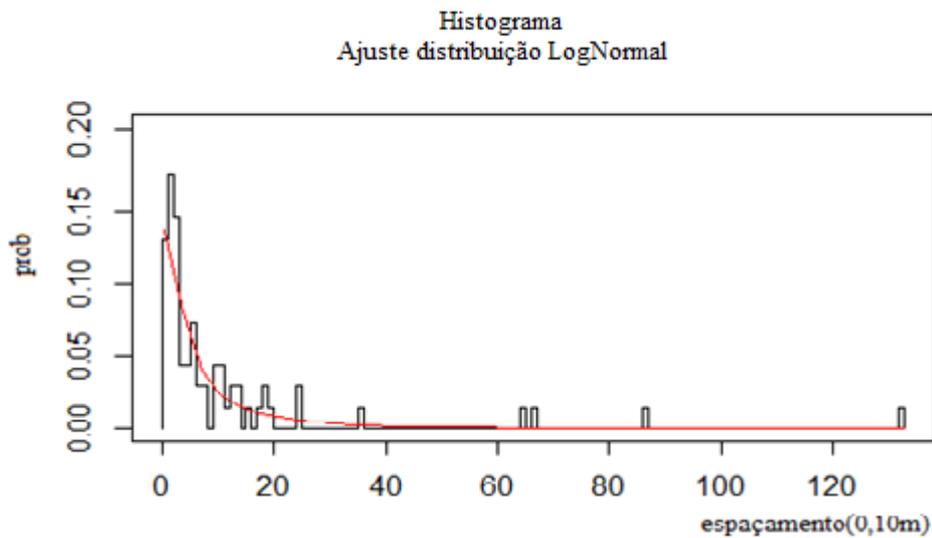


Figura 6.7 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com escala no eixo x de 0,10m.

A distribuição **gama** pode ser observada na Figura 6.8 com $n=69$, $scale=1$, $shape=1$ e Figura 6.9 com $n=69$, $scale=1$, $shape=1$. Com o **teste de aderência KS**, na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value}=0,006202$ ($\cong 0,62\%$) sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese é rejeitada e os dados não seguem uma distribuição gama. Na outra escala de 0,10m determinou-se o $p\text{-value} < 2,2E-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem distribuição gama. Com o **teste χ^2** , na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value} \cong 16,0\%$ sendo maior que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição gama. Na outra escala de 0,10m determinou-se o $p\text{-value} < \cong 15,1\%$ sendo maior que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 não é rejeitada, concluindo que os dados seguem uma distribuição gama.

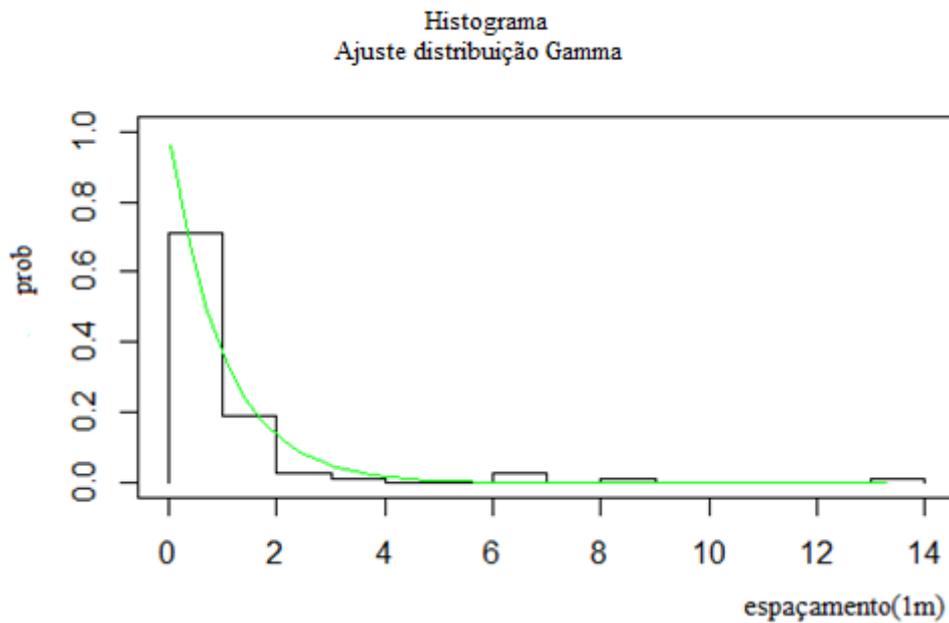


Figura 6.8 - Histograma e ajuste da distribuição gama com escala no eixo x de 1m.

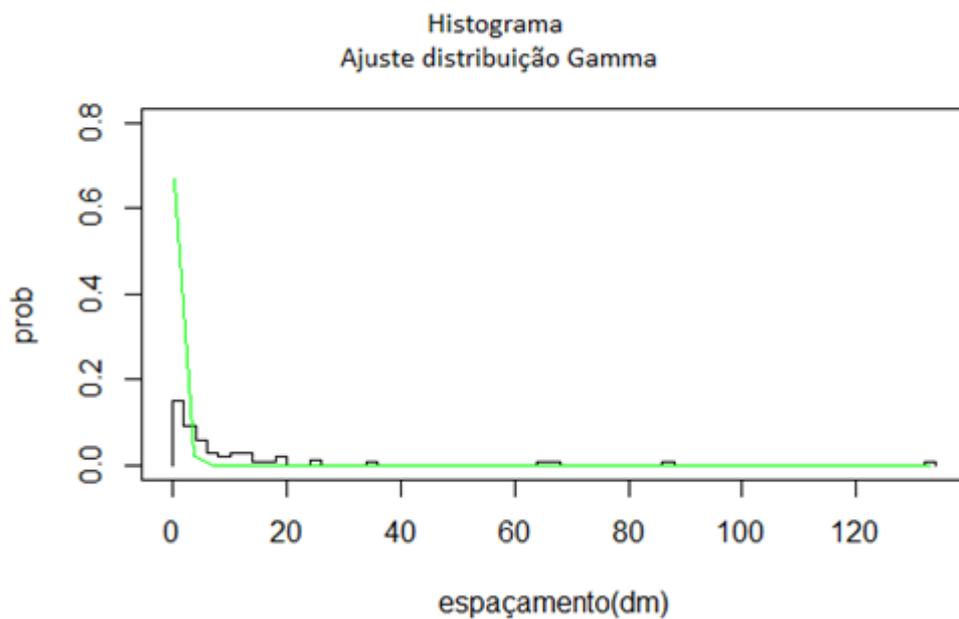


Figura 6.9 - Histograma e ajuste da distribuição gama com escala no eixo x de 0,1m.

Em relação à distribuição weibull, com o teste χ^2 , na escala de 1,0m determinou-se o p-value=47,3% sendo maior que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição weibull. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value

=10,2% sendo maior que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 não é rejeitada, concluindo que os dados seguem uma distribuição weibull.

Sintetizando os resultados dos testes de aderência para o furo 110, pode se observar que o **teste de aderência KS** (nas distribuições normal, lognormal, gama e exponencial) mostra que os dados (espaçamentos entre descontinuidades) não seguem as distribuições normal, gama e exponencial negativa, mas seguem a distribuição lognormal. Enquanto que o **teste de normalidade de Shapiro-Wilk** (distribuições normal e lognormal) mostra que os dados não seguem a distribuição normal, mas seguem a distribuição lognormal. Finalmente o χ^2 (nas distribuições gama, exponencial negativa, weibull e lognormal) mostra que os dados seguem a distribuição gama e weibull para $\alpha=\beta=1$ e lognormal; sendo que as funções gama e weibull com estes parâmetros revertem na exponencial negativa (rate=0,8).

6.1.2 - Furo 100

O **furo 100** (Figuras 6.10 e 5.11) possui 1008 dados (espaçamentos entre descontinuidades no testemunho) com profundidade de 50,10 a 692,38 m (comprimento total de 642,28 m).

$\lambda = 1008/642,28 = 1,56 \text{ m}^{-1}$; denominação da rocha: pouco fraturado (1 a 5). No caso de adotar a equação 3 de Priest & Hudson (1976): $RQD_t = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1) = 98,83$; qualidade de rocha: excelente (90-100%); adotou: $t = 0,10\text{m}$. Caso adotar a equação 9 de Vali (2013): $RQD = 105,9 - 3,0845 \lambda$ (para a aproximação linear: $2 < \lambda < 10$) $\lambda = 1,568$; fazendo $\lambda = \text{aprox. } 2$; $RQD = 99,73$; qualidade de rocha: excelente (90-100%). No caso de adotar o cálculo de RQD direto de Deere & Miller (1967) obtém-se: $RQD (\%) = 100 \sum_{i=1}^{i=n} x_i/L = 98$; qualidade de rocha: excelente (90-100%). Nos histogramas das Figuras 6.10 e 6.11 e na caixa box da Figura 6.12, observou-se uma porcentagem (frequência) maior de espaçamentos menores.

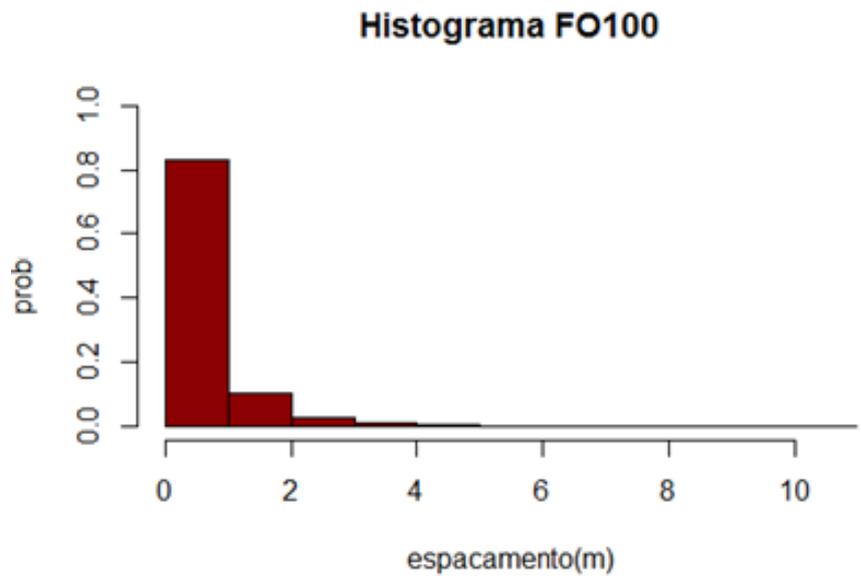


Figura 6.10 - Histograma do furo 100 com eixo x na escala em 1m.

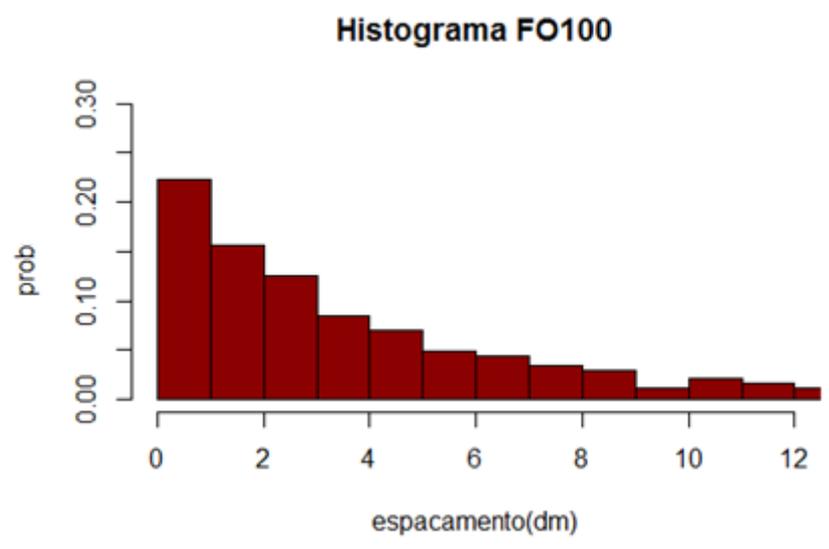


Figura 6.11 - Histograma do furo 100 com eixo x na escala de 0,10m.

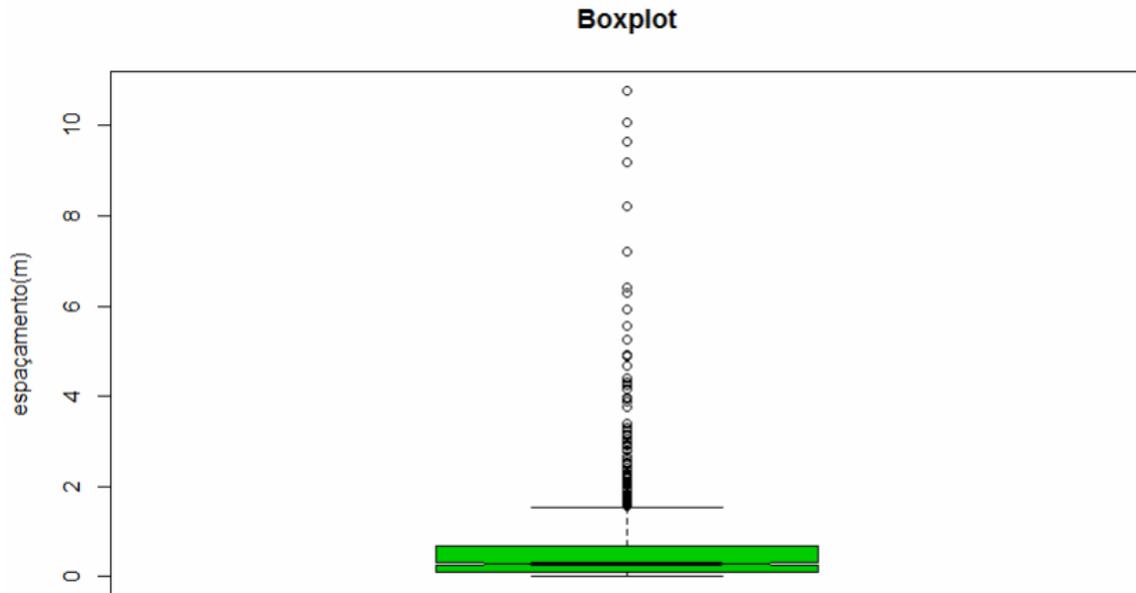


Figura 6.12 - Boxplot do furo 100 na escala de 1m.

5.1.2.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência

A distribuição **normal** pode ser observada na Figura 6.13 com $n=1007$, $\text{mean}=0,64$, $\text{sd}=1,06$ e Figura 6.14 com $n=1007$, $\text{mean}=6,38$, $\text{sd}=10,64$. Com o **teste de aderência KS**, na escala de 1,0m e 0,1m determinou-se o $p\text{-value} < 2,4E-07$, sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada e segundo o teste, os dados (espaçamentos entre as descontinuidades) não seguem uma distribuição normal. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 1,0m e 0,1m determinou-se o $p\text{-value}=2,4E-07$ sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada; segundo o teste os dados (espaçamentos entre as descontinuidades) não seguem uma distribuição normal.

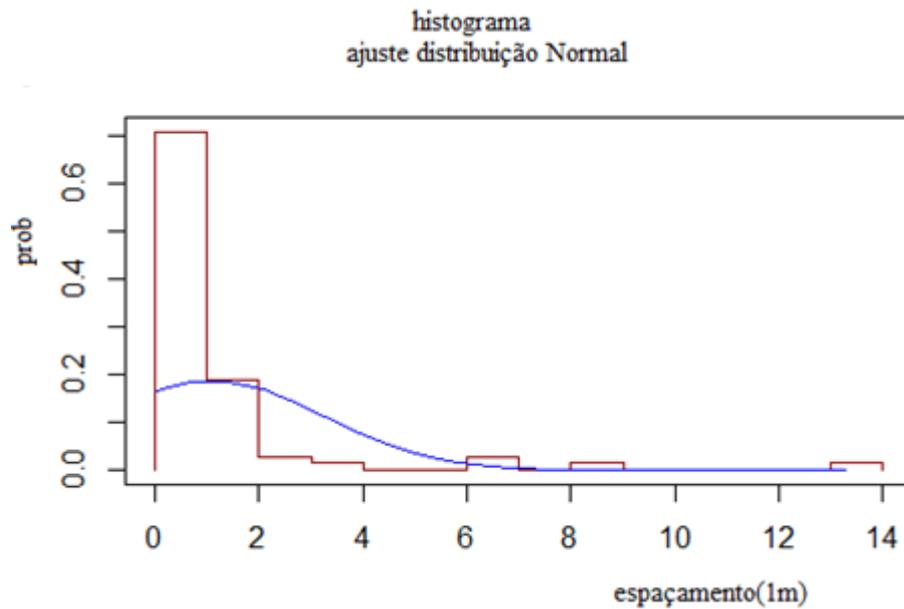


Figura 6.13 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 1,0m.

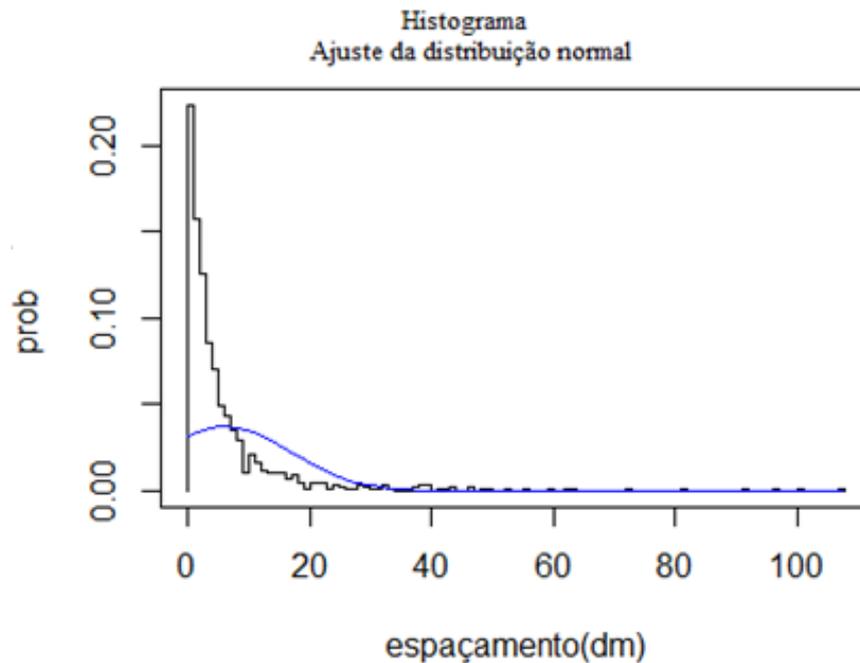


Figura 6.14 - Histograma e ajuste da distribuição normal: $n=1007$, $\text{mean}=6,38$, $\text{sd}=10,64$ e com escala de 0,10m.

A distribuição **lognormal** pode ser observada nas figuras 6.15 e 6.16. Com o **teste de KS**, na escala de 1,0m determinou-se o $p\text{-value}=3,5\%$, sendo menor que $\alpha =5\%$. Na escala de 0,10m determinou o $p\text{-value}=1,9\%$, sendo menor que α (nível de significância)=5%. A

hipótese H_0 é rejeitada e os dados não seguem uma distribuição lognormal. Com o χ^2 , na escala de 1,0m determinou-se o p-value=0 (0%) sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value=0 (0%) sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese também H_0 é rejeitada: os dados não seguem uma distribuição lognormal segundo este teste. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 1,0m determinou-se o p-value=0,1435 (14,35%) sendo maior que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 não é rejeitada, mostrando que os dados seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value=0,1571 (15,71%) sendo maior que α (nível de significância)=5%. A hipótese H_0 é rejeitada, concluindo que os dados não seguem uma distribuição lognormal.

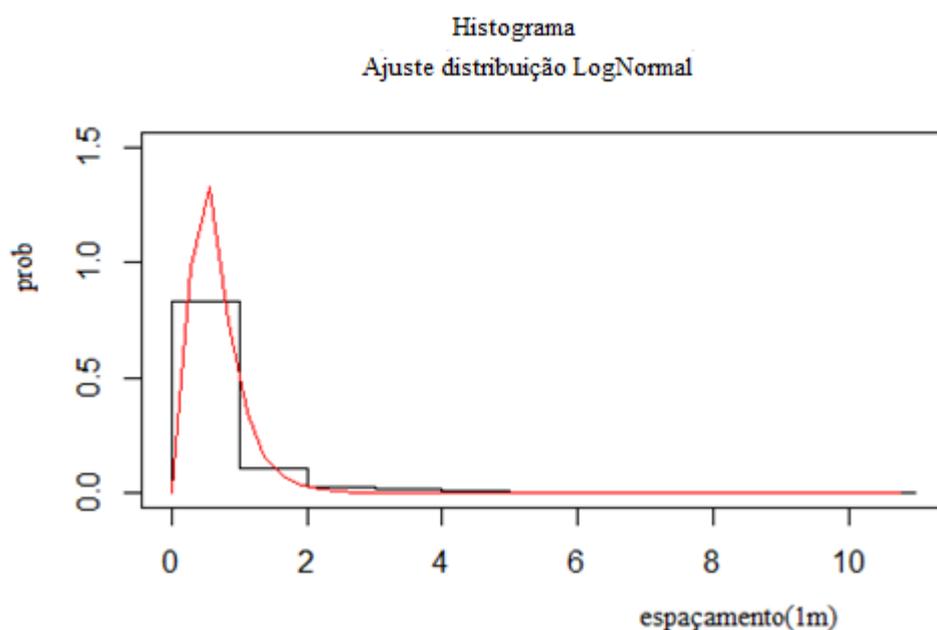


Figura 6.15 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal: $n=1007$, $\text{meanlog}=-0,52$, $\text{sdlog}=0,54$ e com eixo x na escala de 1,0m.

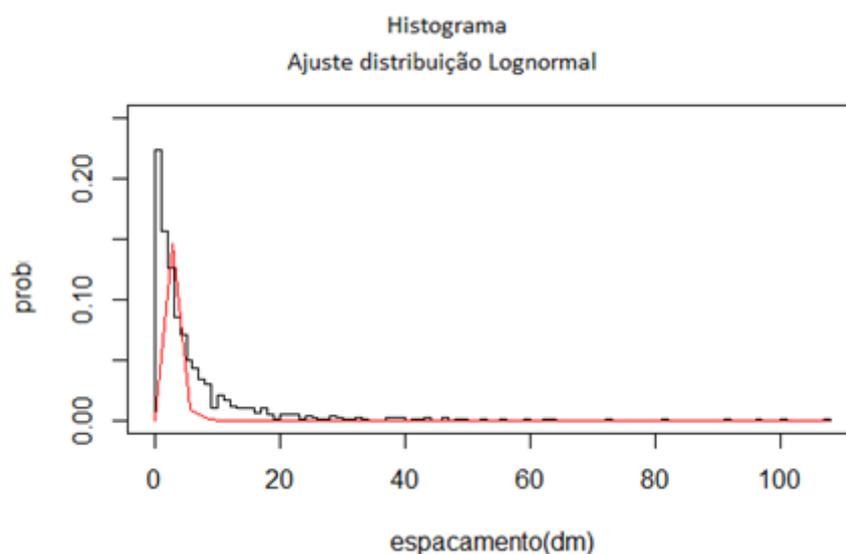


Figura 6.16 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal: $n=1007$, $\text{meanlog}=0,47$, $\text{sdlog}=0,15$ e com escala de $0,10\text{m}$.

A distribuição **gama** pode ser observada nas Figuras 6.17 e 6.18 com $n=1007$, $\text{scale}=1$, $\text{shape}=1$. Com o **teste de KS**, na escala de $1,0\text{m}$ e $0,1\text{m}$ determinou-se o $\text{p-value}=2,4\text{E}-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$ e a hipótese H_0 é rejeitada e os dados não seguem uma distribuição gama. Com o χ^2 , na escala de $1,0\text{m}$, determinou-se o $\text{p-value}=0,0068$ ($0,68\%$) sendo menor que $\alpha =5\%$, e a hipótese H_0 é rejeitada. Na outra escala de $0,10\text{m}$ determinou o $\text{p-value}=0,0061$ ($0,61\%$) sendo menor que $\alpha =5\%$, e a hipótese H_0 também é rejeitada neste caso. Caso adotasse $\alpha=1\%$, o p-value nas duas escalas está próximo de 1% , e a hipótese H_0 não é rejeitada e os dados seguem uma distribuição gama, portanto seguem também a distribuição exponencial negativa.

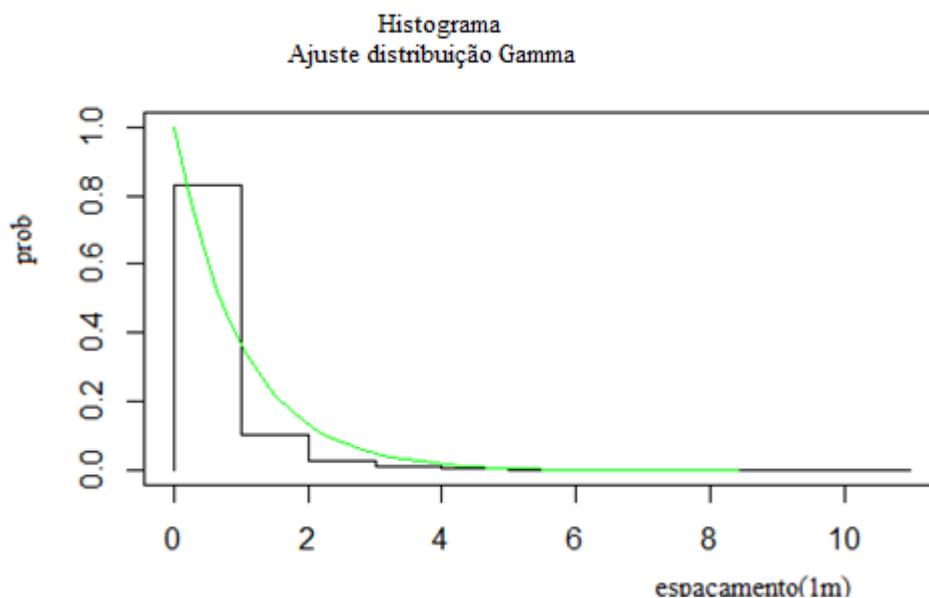


Figura 6.17: Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 1,0m.

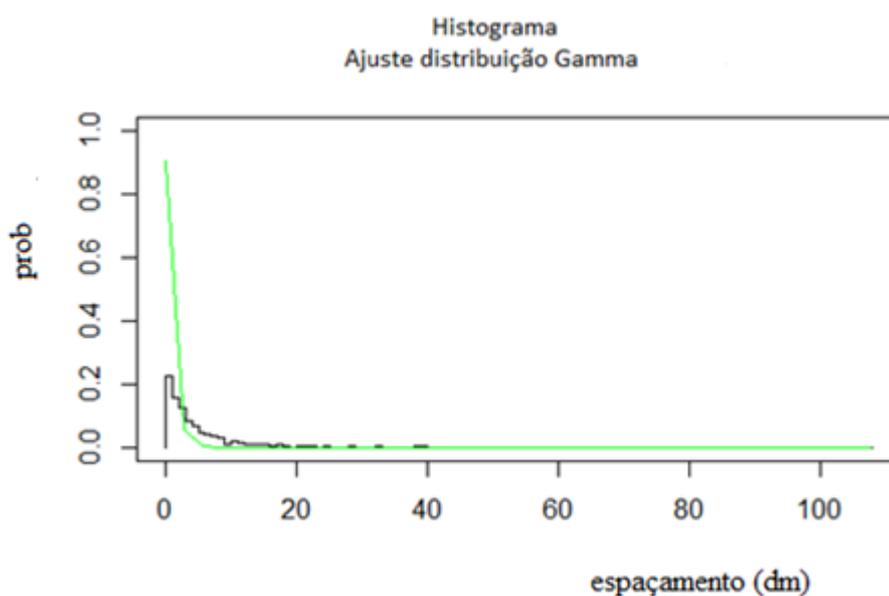


Figura 6.18 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,1m.

Sintetizando os resultados dos testes de aderência para o furo 100, pode se observar que o **teste de aderência KS** (distribuições normal, lognormal, gama e exponencial) na escala de 0,10m e 1,0m, mostra que os dados da amostra não seguem uma distribuição normal, lognormal, gama e exponencial negativa. Enquanto que o **teste de normalidade de Shapiro-Wilk** (distribuições normal e lognormal) na escala de 0,10m e 1,0m, também mostra que os dados da amostra não seguem a distribuição normal, mas seguem a distribuição lognormal. Finalmente, o χ^2 (distribuições gama, exponencial negativa e lognormal) na escala de 0,10m

e 1,0m, mostra que para $\alpha = 5\%$ os dados da amostra não seguem as distribuições gama ($\alpha = \beta = 1$), exponencial (rate=0,8) e lognormal. Caso adotasse $\alpha = 1\%$, o p-value nas duas escalas está próximo de 1%, e a hipótese H_0 não seria rejeitada, podendo afirmar nesse caso que os dados seguem uma distribuição gama, e também a distribuição exponencial negativa.

6.2 - 2ª amostra

Trata-se de um xisto e compõe-se dos furos 137, 062 (e 062 junto com 137), que foram observados em caixas de testemunhos no Departamento de Geologia da UFOP.

6.2.1- Furo 137

O **Furo 137** (Figura 6.19) compõe-se de um xisto, observado em caixas de sondagens. Foram avaliadas as caixas 6, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 (19 unidades), e descartadas as 10, 12 e 20 (3 unidades) por ter sido alteradas na manipulação em laboratório. No gráfico de histograma (Figuras 6.20 e 6.21), o eixo de abcissa é de espaçamento nas escalas de 0,10m (dm) e 0,010m (cm), e o eixo de ordenada é de probabilidade em porcentagem (%). Nos histogramas das Figuras 6.20 e 6.21 e na caixa box da Figura 6.22, observou-se uma porcentagem (frequência) maior de espaçamentos menores.

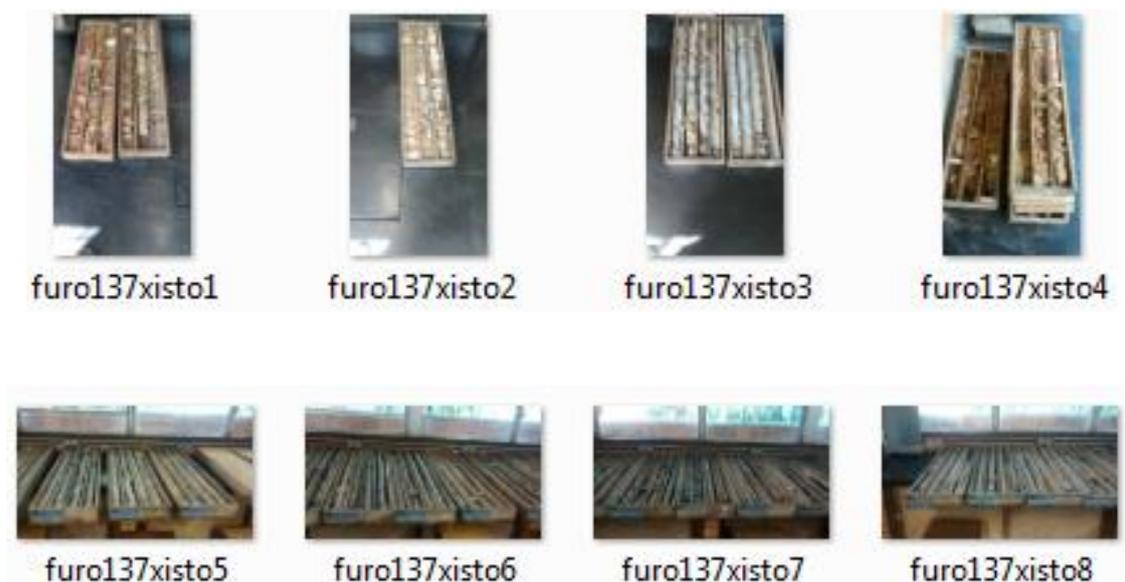


Figura 6.19 - Fotos das caixas de testemunho do furo 137

O **furo 137** possui 605 dados (espaçamentos entre discontinuidades) com profundidade de 31,15 a 92,20 m (comprimento total de 56,10 m). $\lambda = 605/56,10 = 10,78 \text{ m}^{-1}$; denominação da rocha: muito fraturado (11 a 20). Caso adotar a equação 3 de Priest & Hudson (1976):

$RQD_t(\%) = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1) = 70,65$; qualidade da rocha: razoável (50-75%);. Caso adotar o cálculo direto de Deere & Miller (1967) obtém-se: $RQD(\%) = 100 \sum_{i=1}^{i=n} x_i/L = 49$; qualidade da rocha: razoável (50-75%).

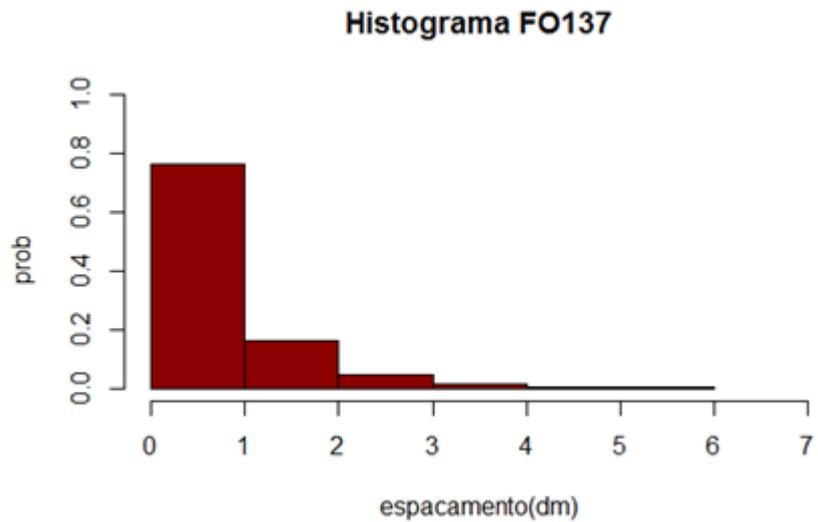


Figura 6.20 - Histograma do furo 137 com eixo x na escala em 0,10 m.

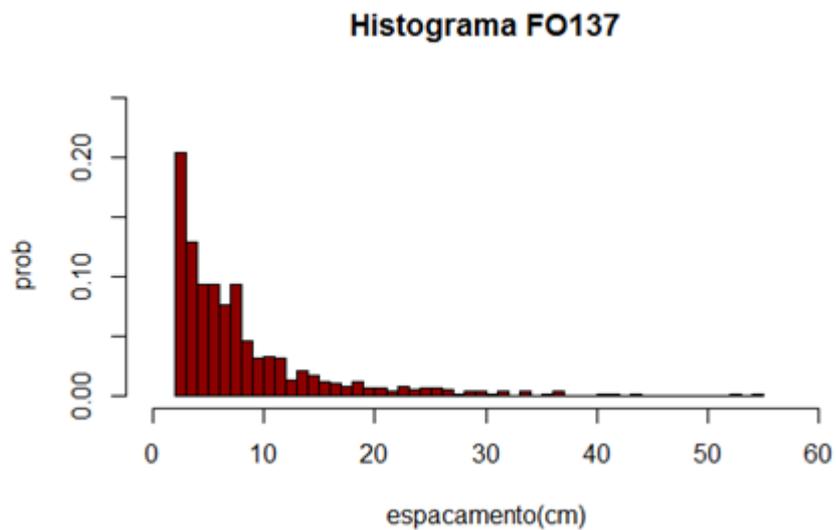


Figura 6.21 - Histograma do furo 137 com eixo x na escala de 0,01m.

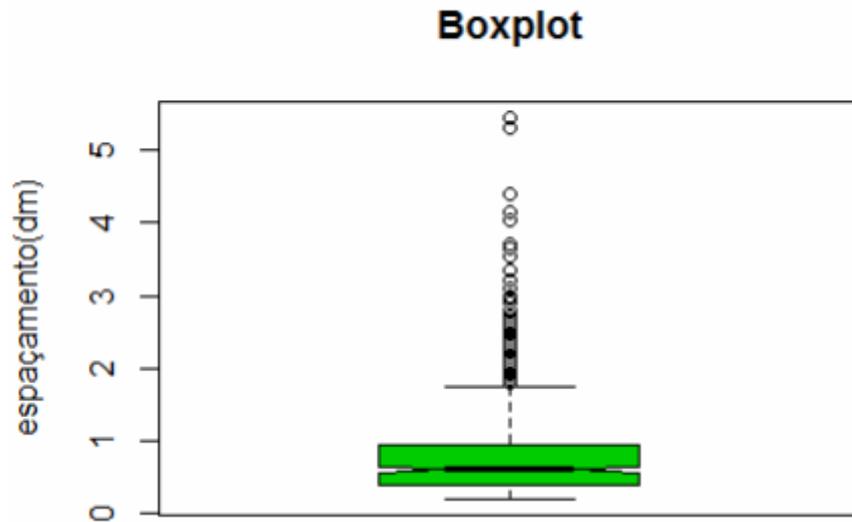


Figura 6.22 - Boxplot do furo 137 na escala de 0,1m.

6.2.1.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência

A distribuição **normal** pode ser observada na Figura 6.23 com $n=604$, $\text{mean}=0,82$, $\text{sd}=0,72$ e na Figura 6.24 com $n=604$, $\text{mean}=8,2$, $\text{sd}=7,2$. Com o **teste de KS**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value} < 2,4E-07$, sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada e segundo o teste os dados (espaçamentos entre as descontinuidades) não seguem uma distribuição normal. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou o $p\text{-value}=2,4E-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada: os dados não seguem uma distribuição normal.

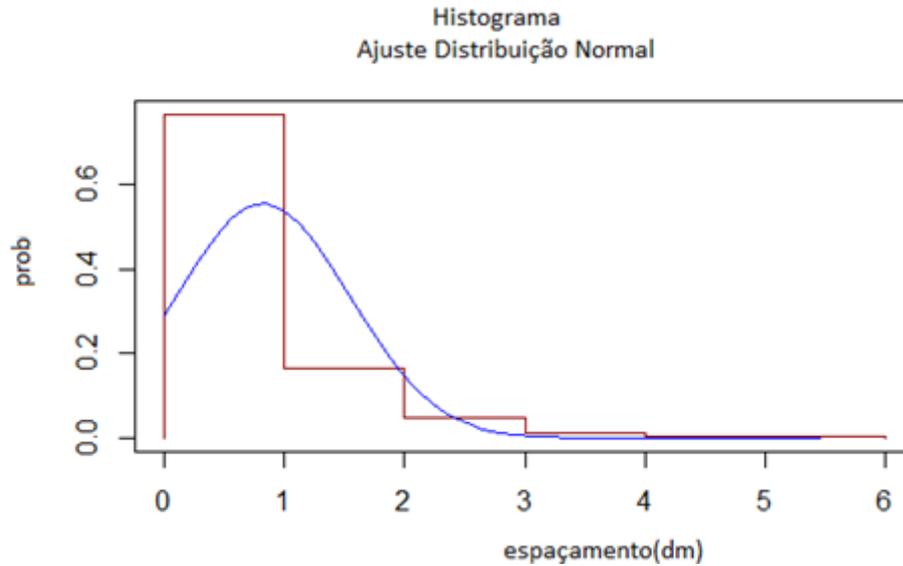


Figura 6.23 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,10m.

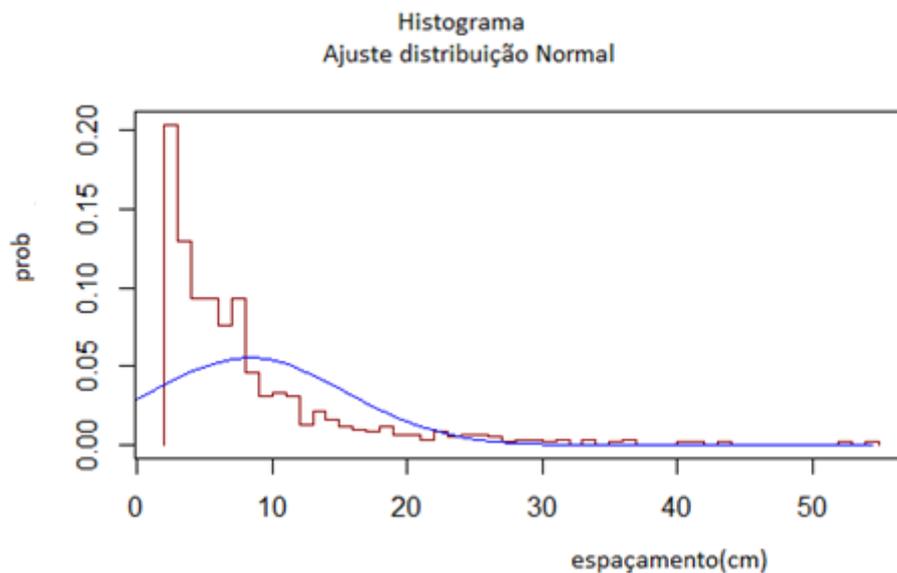


Figura 6.24 - Histograma e ajuste da distribuição normal com escala no eixo x 0,01m.

A distribuição **lognormal** pode ser observada na Figura 6.25 com $n=604$, $\text{meanlog}=-0,20$, $\text{sdlog}=0,30$ e Figura 6.26 com $n=604$, $\text{meanlog}=0,79$, $\text{sdlog}=0,30$. Com o **teste de aderência KS**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value}=0,0011(0,11\%)$, sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou o $p\text{-value}=0,00079(0,079\%)$, sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 também

é rejeitada neste caso: os dados não seguem uma distribuição lognormal. Observaram-se valores representativos de p-value nas duas escalas dos testes KS e de Shapiro-Wilk.

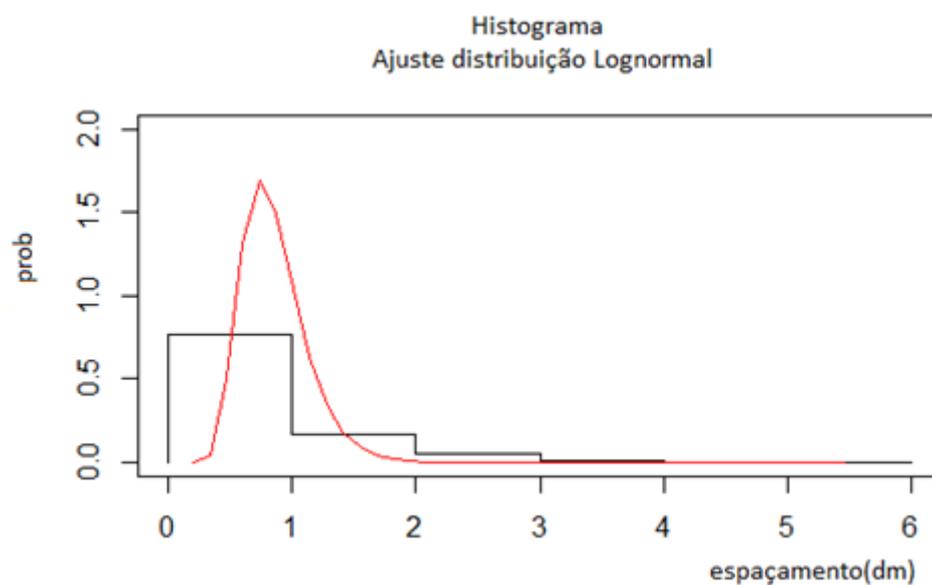


Figura 6.25 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala de 0,10m.

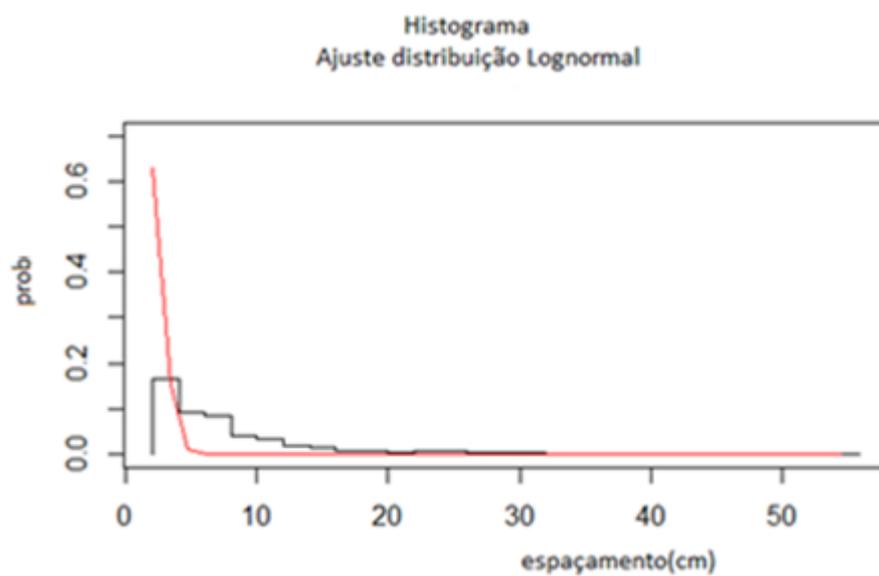


Figura 6.26 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala de 0,01m.

A distribuição **gama** pode ser observada nas Figuras 6.27 e 6.28 com $n=604$, $scale=1$, $shape=1$. Com o teste de aderência **KS**, na escala de 0,10m e 0,01m, determinou-se o $p-value=2,4E-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição gama. Com o χ^2 na escala de 0,10m e 0,01m determinou-se o $p-value=0$ (0%) sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada: os dados não seguem uma distribuição gama.

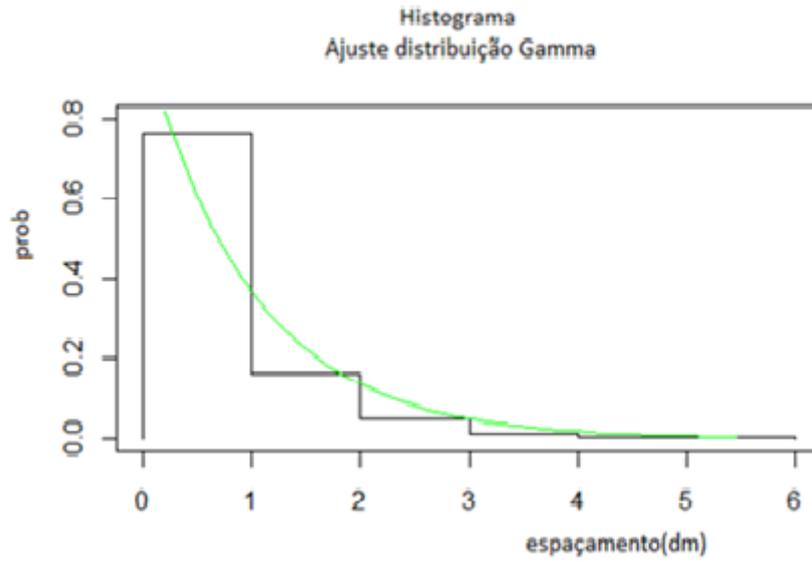


Figura 6.27 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,10m.

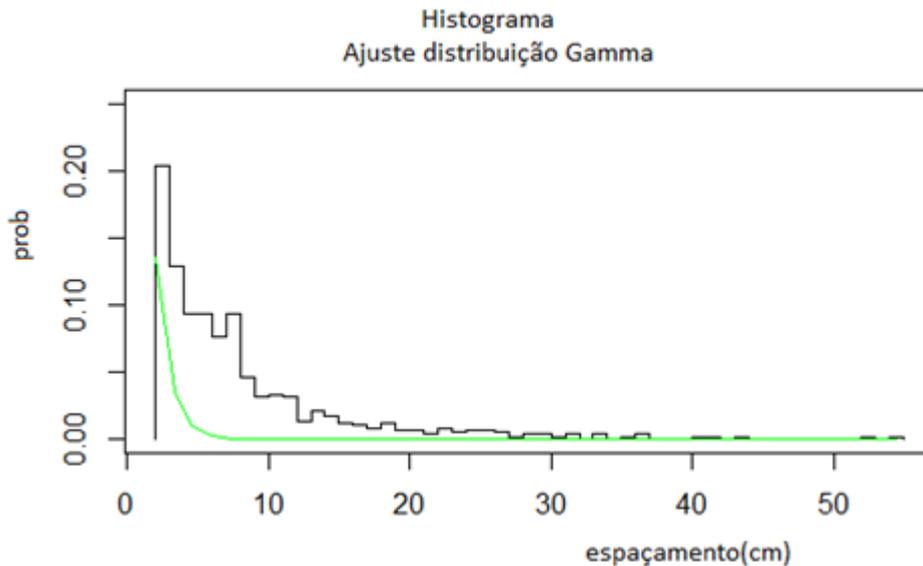


Figura 6.28 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,01m.

Sintetizando os resultados dos testes de aderência para o furo 137, pode se observar que o

teste de KS (distribuições normal, lognormal, gama e exponencial negativa) na escala de 0,1m e 0,01m, mostra que os dados da amostra não têm distribuição normal, lognormal, gama e exponencial negativa. Enquanto que o **teste normalidade Shapiro-Wilk** (distribuições normal e lognormal), mostra que os dados da amostra não seguem as distribuições normal e lognormal. Por fim, o χ^2 (distribuições gama e exponencial negativa), mostra que os dados da amostra na escala de 0,10m e 0,010m não seguem as distribuições gama ($\alpha = \beta = 1$) e exponencial negativa (rate=0,8).

5.2.2 - Furo 062

O **furo 062** (Figura 6.29) possui 359 dados com profundidade de 55,60 a 109,70 m (comprimento total de 42,50 m). $\lambda = 359/42,5\text{m} = 8,44 \text{ m}^{-1}$; denominação da rocha: medianamente fraturado (6 a 10). Caso adotar a equação 3 de Priest & Hudson: $RQD_t = 100e^{-\lambda t}(\lambda t + 1) = 79,28$; qualidade de rocha: bom (75-90%); $t = 0,10\text{m}$. Caso adotar a equação 9 de Vali (2013): $RQD = 105,9 - 3,0845 \lambda$ (para a aproximação linear: $2 < \lambda < 10$) ; $\lambda = 8,44$; $RQD (\%) = 79,86$; qualidade de rocha: bom (75-90%). Caso adotar diretamente o cálculo direto de Deere & Miller (1967) obtém-se: $RQD = 100 \sum_{i=1}^{i=n} x_{i/L} = 59\%$: qualidade da rocha: razoável (50-75%).

Observado em caixas de sondagens, foram avaliadas as caixas 19, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32 (11 unidades) e descartadas as caixas 22, 24, 26 (3 unidades) por ter sido alteradas no laboratório, invalidando-as para esta pesquisa. No gráfico de histograma, o eixo x é de espaçamento nas escalas de 0,10m e 0,010m, e o eixo y é de probabilidade em porcentagem (%). Observou-se nos histogramas das Figuras 6.30 e 6.31 e na caixa box da Figura 6.32, uma porcentagem (frequência) maior de espaçamentos menores.

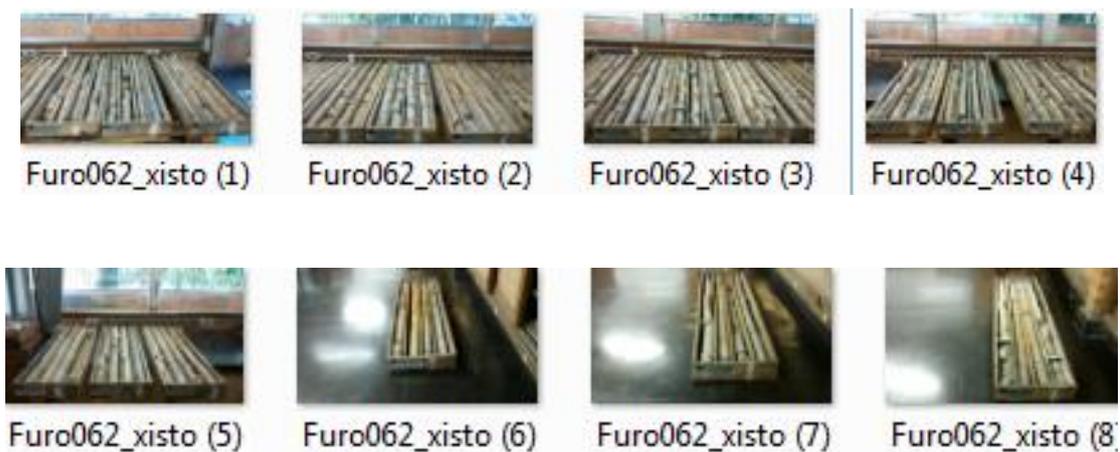


Figura 6.29 - Fotos das caixas de testemunho do furo 062.

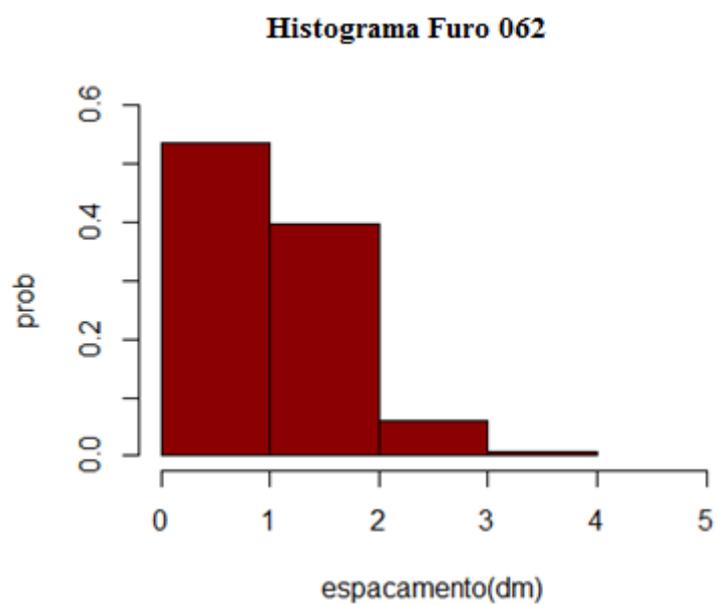


Figura 6.30 - Histograma do furo 062 com eixo x na escala em 0,10 m.

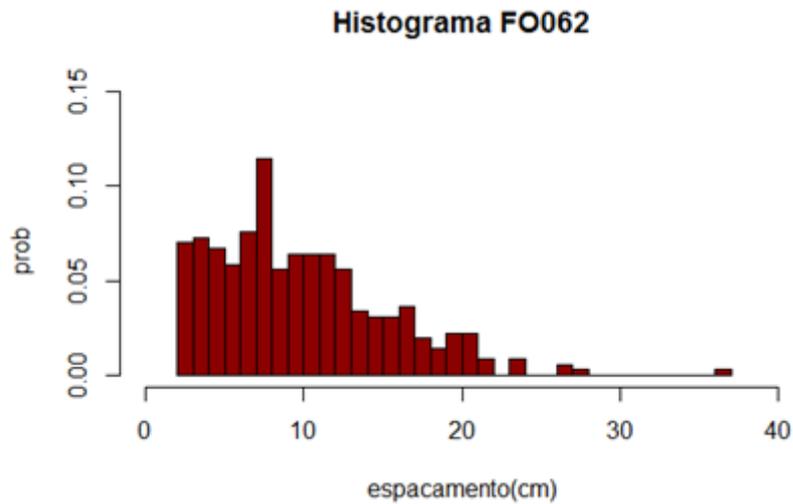


Figura 6.31 - Histograma do furo 062 com eixo x na escala de 0,01m.

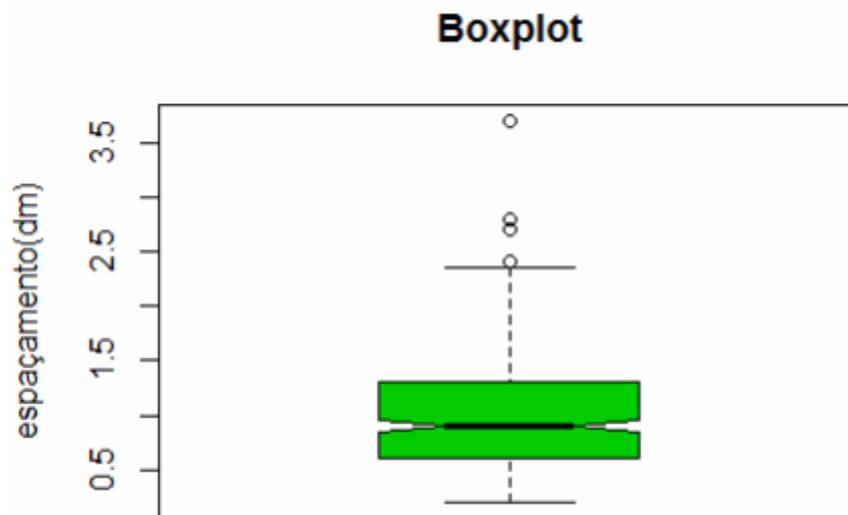


Figura 6.32 - Boxplot do furo 062 na escala de 0,1m.

6.2.2.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência

A distribuição **normal** pode ser observada na Figura 6.33 com $n=358$, $\text{mean}=1,0$, $\text{sd}=0,54$ e Figura 6.34 com $n=358$, $\text{mean}=10$, $\text{sd}=5,4$. Com o **teste de KS**, na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value}=0,00045$ (0,045%), sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada e os dados não seguem uma distribuição normal. Observou-se neste teste KS um valor representativo de $p\text{-value}$. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de

0,1m e 0,01m determinou-se o p-value= 1,27E-04 sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição normal.

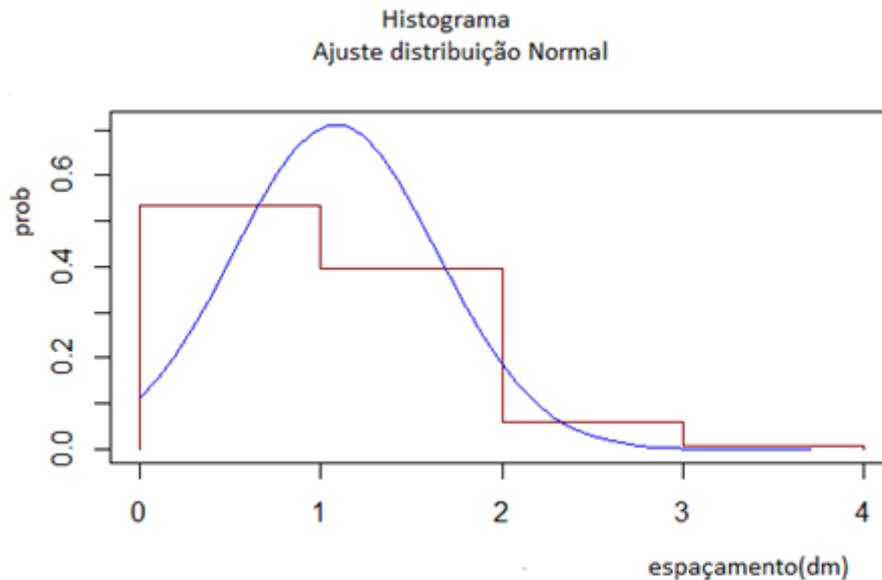


Figura 6.33 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,10m.

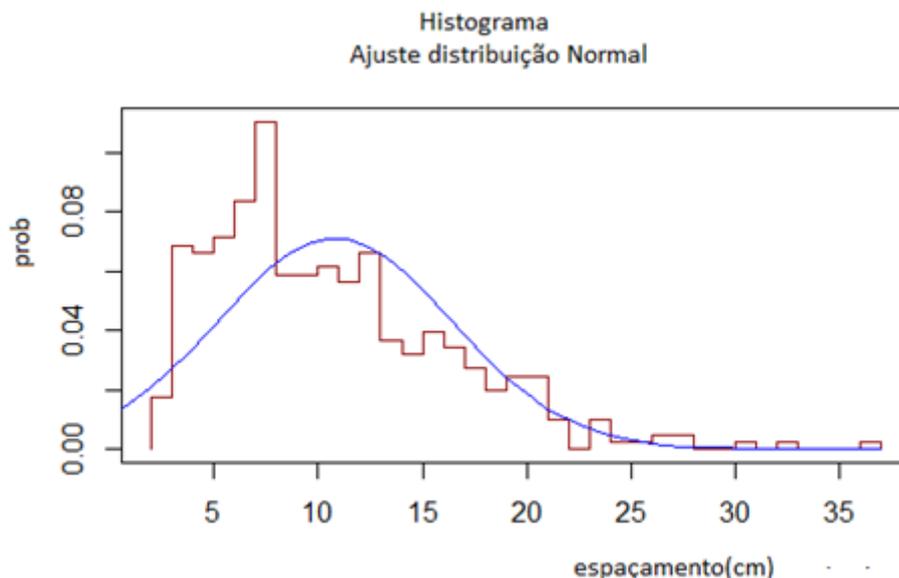


Figura 6.34 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,01m.

A distribuição **lognormal** pode ser observada na Figura 6.35 com $n=358$, $\text{meanlog}=-0,06$, $\text{sdlog}=0,254$ e Figura 6.36 com $n=358$, $\text{meanlog}=0,933$, $\text{sdlog}=0,254$. Com o **teste de aderência KS**, na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o p-value= 0,00071 (0,071%), sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Observou-se neste teste KS um valor representativo

de p-value. Com o χ^2 na escala de 1,0 m determinou-se o p-value=0 (0%) sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Na outra escala de 0,10m determinou-se o p-value=0 (0%) sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 é rejeitada, mostrando novamente que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o p-value= 0,0359 ($\cong 3,59\%$), sendo próximo de $\alpha = 5\%$. ‘A hipótese H0 não é rejeitada e os dados seguem uma distribuição lognormal’.

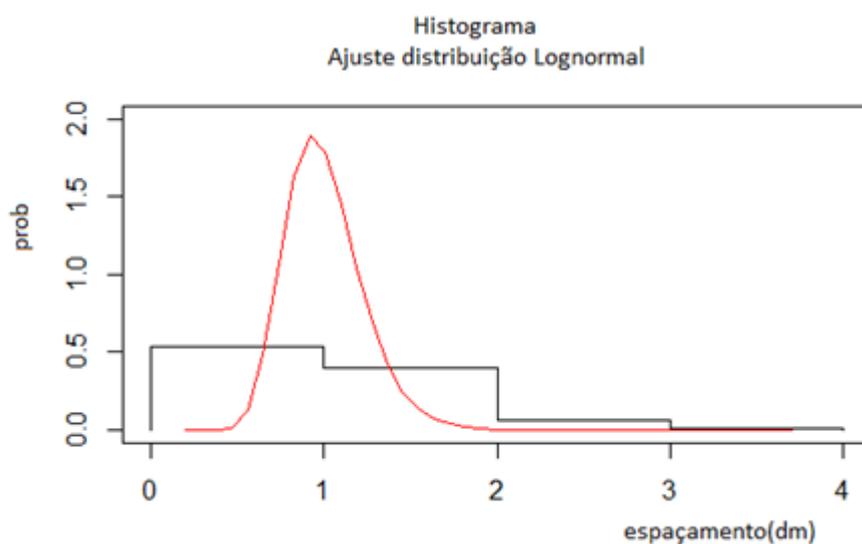


Figura 6.35 -Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala de 0,1m.

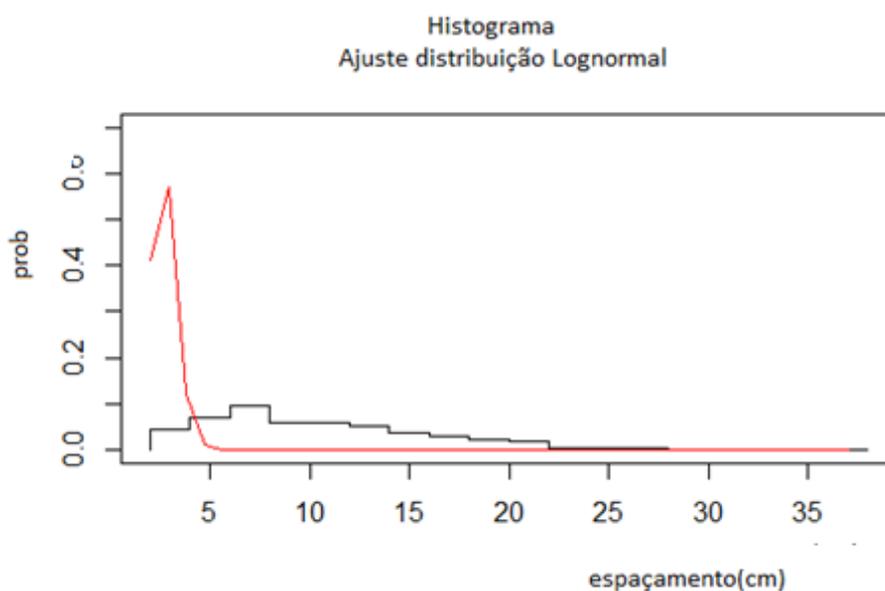


Figura 6.36 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala 0,01m

A distribuição **gama** pode ser observada nas Figuras 6.37 e 6.38 com $n=358$, $scale=1$, $shape=1$. Com o teste de aderência **KS**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou o $p-value=2,4E-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem a distribuição gama. Com o χ^2 determinou-se na escala de 0,1m o $p-value=0\%$ e na escala de 0,01m o $p-value=aprox. 0,28\%$, sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 também é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição gama. Observou-se neste teste do χ^2 um valor representativo de $p-value$.

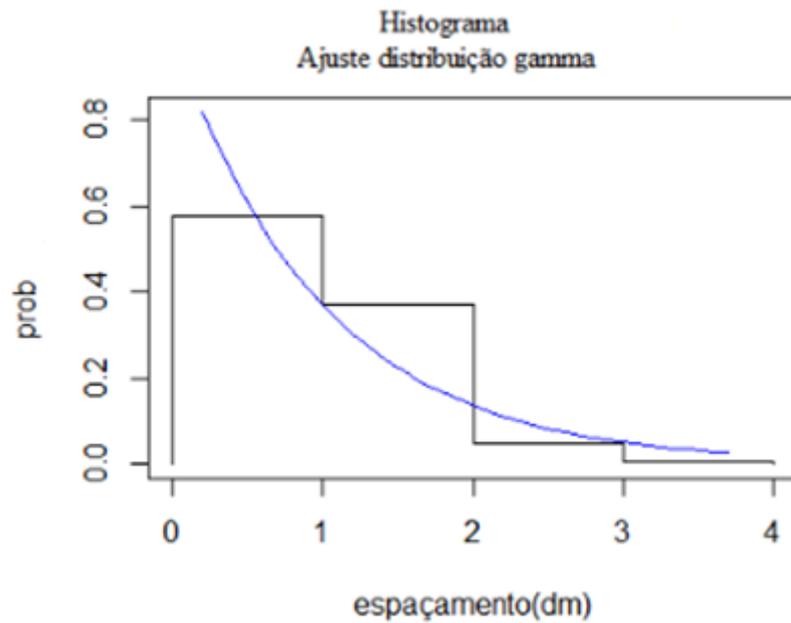


Figura 6.37 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,10m.

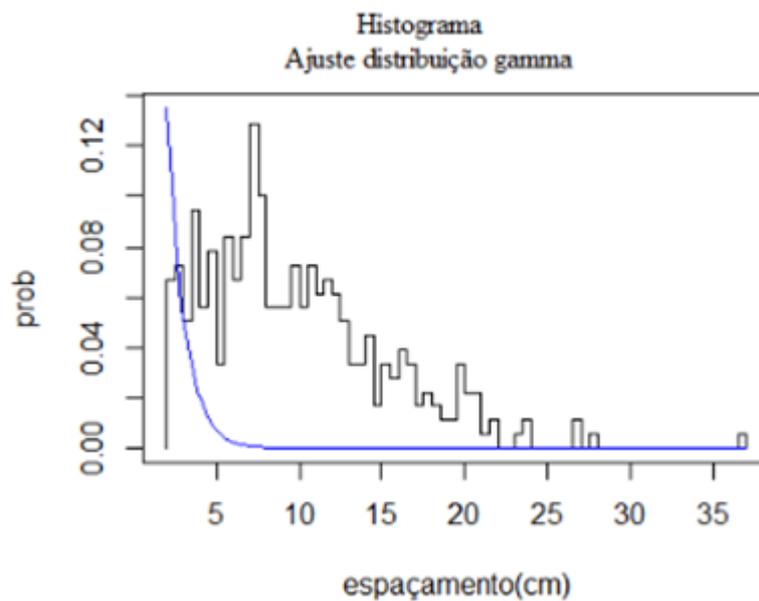


Figura 6.38 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,01m.

Sintetizando os resultados dos testes de aderência para o furo 062, pode se observar que o **teste de KS** (distribuições normal, lognormal, gama e exponencial negativa), na escala de 0,1m e 0,01m, mostra que os dados da amostra não têm distribuição normal, lognormal, gama e exponencial negativa. Enquanto que o teste **normalidade Shapiro-Wilk** (normal e lognormal) na escala de 0,1m e 0,01m, mostra que os dados da amostra não seguem a distribuição normal, mas ‘seguem a distribuição lognormal’. Por fim, o χ^2 (distribuições gama, exponencial negativa e lognormal) na escala de 0,1m e 0,01m, mostra que os dados da amostra não seguem as distribuições gama ($\alpha = \beta = 1$), exponencial negativa (rate=1) nem lognormal.

6.2.3 – Furos 062 e 137

A junção dos furos, da mesma litologia e maciço, gera uma maior quantidade de dados, permitindo uma análise estatística mais confiável.

No gráfico de histograma (Figuras 6.39 e 6.40) o eixo x é de espaçamento nas escalas de 0,1m e 0,01m, e o eixo y é de probabilidade em porcentagem (%). Observou-se nos histogramas das figuras 6.39 e 6.40 e na caixa box da Figura 6.41, uma porcentagem (frequência) maior de espaçamentos menores.

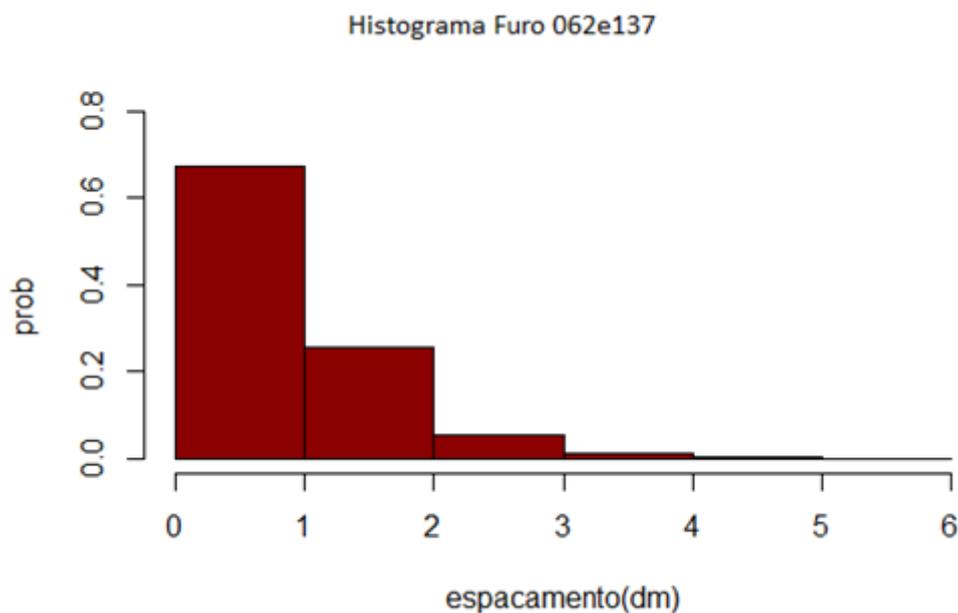


Figura 6.39 - Histograma do furo 062 e 137 com eixo x na escala em 0,10 m.

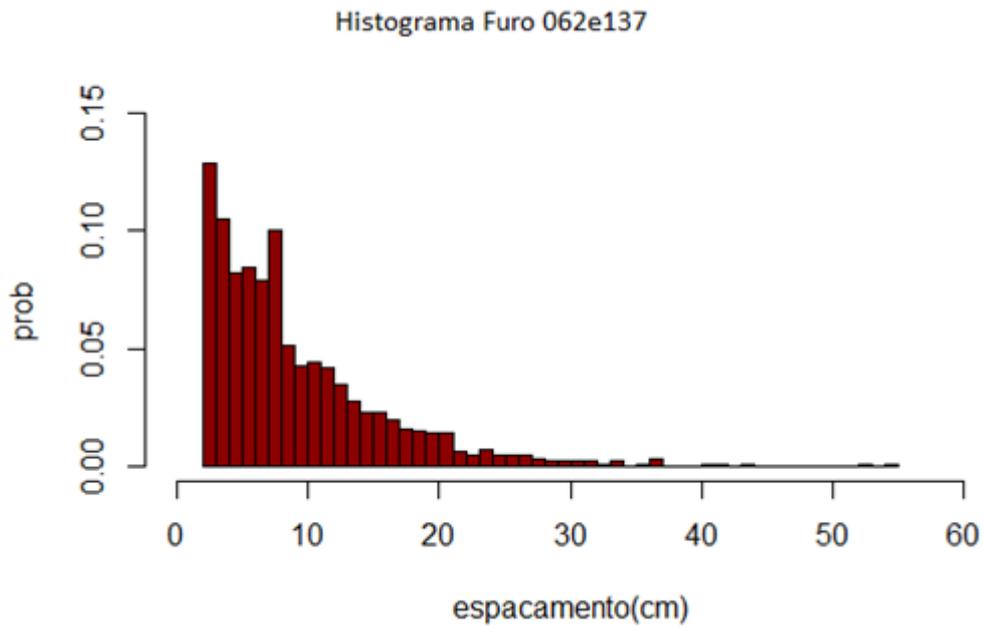


Figura 6.40 - Histograma do furo 062e137 com eixo x na escala de 0,01m.

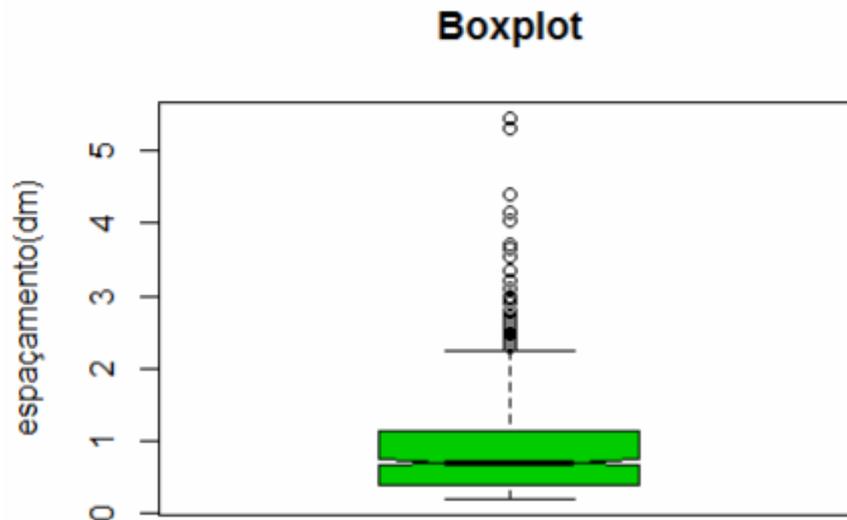


Figura 6.41 - Boxplot do furo 062e137 na escala de 0,1m.

5.2.3.1 - Distribuições estatísticas e testes de aderência

A distribuição **normal** pode ser observada na Figura 6.42 com $n=962$, $\text{mean}=0,893$, $\text{sd}=0,670$ e Figura 6.43 com $n=962$, $\text{mean}=8,933$, $\text{sd}=6,707$.

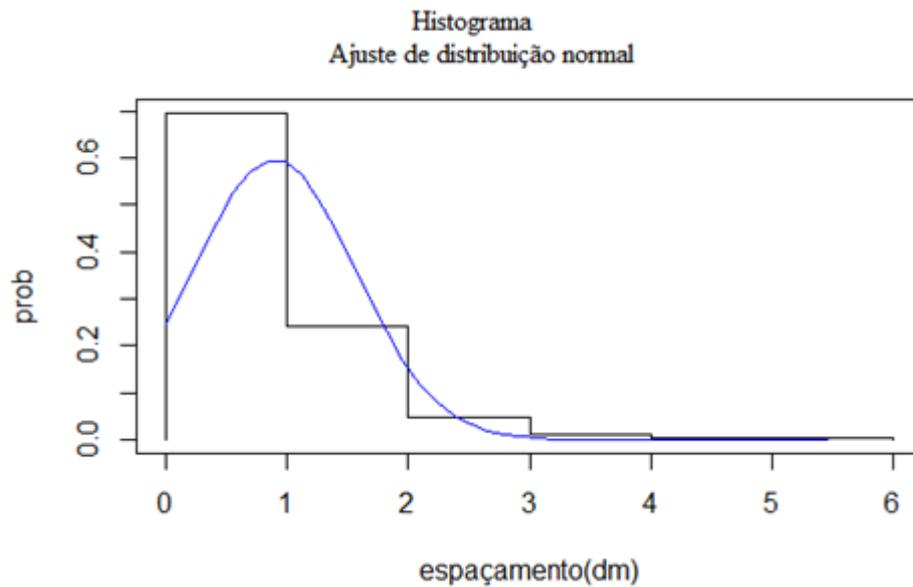


Figura 6.42 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,1m.

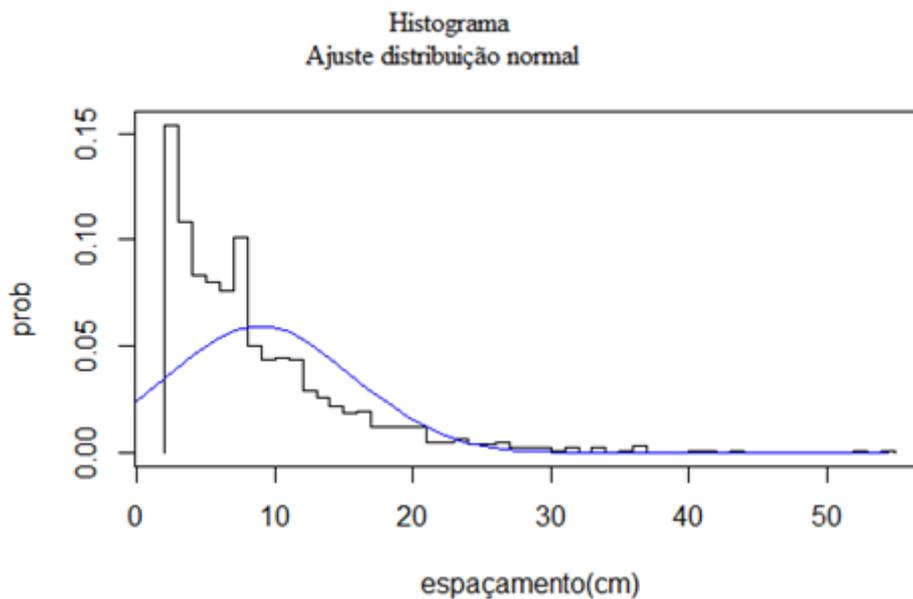


Figura 6.43 - Histograma e ajuste da distribuição normal com eixo x na escala de 0,01m.

Com o **teste KS**, na escala de 0,1m e 0,01m, determinou-se o $p\text{-value}=2,47E-07$, sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 não é aceita, mostrando que os dados não seguem uma distribuição normal. Igualmente, com o **teste de normalidade Shapiro-Wilk**, na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value}=2,47E-07$.

A distribuição **lognormal** pode ser observada na Figura 6.44 com $n=963$,

meanlog= -0,15, sdlog= 0,297 e Figura 6.45 com n=963, meanlog=0,849, sdlog=0,297. Com o teste **KS**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou-se o p-value=0,00069 ($\cong 0,069\%$), sendo menor que $\alpha = 5\%$. A hipótese H0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Com o teste de normalidade **Shapiro-Wilk**, na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o p-value= 0,000032 ($\cong 0,0032\%$), sendo menor que α (nível de significância)=5%. A hipótese H0 é rejeitada, podendo concluir que os dados não seguem uma distribuição lognormal. Observou-se nos testes KS e Shapiro-Wilk um valor representativo de p-value.

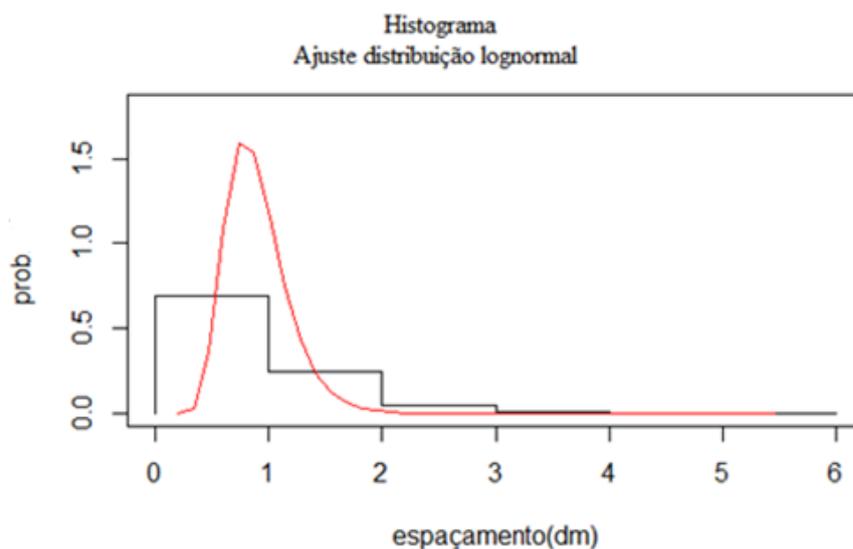


Figura 6.44 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala de 0,1m.

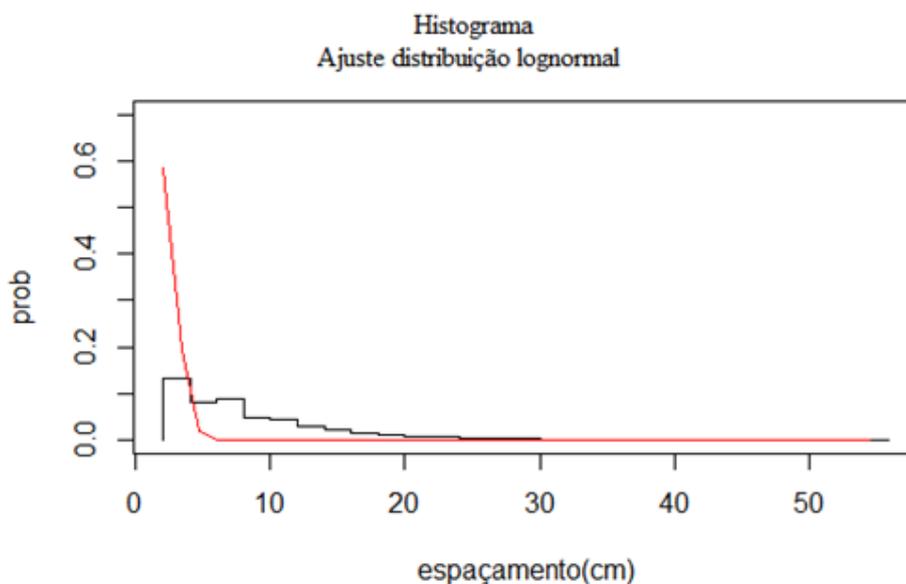


Figura 6.45 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal com eixo x na escala de 0,01m.

A distribuição **gama** pode ser observada nas Figuras 6.46 e 6.47 com $n=963$, $scale=1$, $shape=1$. Com o **teste de KS**, na escala de 0,10m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value}=2,4E-07$ sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, mostrando que os dados não seguem uma distribuição gama. Com o χ^2 na escala de 0,1m e 0,01m determinou-se o $p\text{-value}=0$ (0%), sendo menor que $\alpha =5\%$. A hipótese H_0 é rejeitada, podendo concluir que os dados não seguem uma distribuição gama.

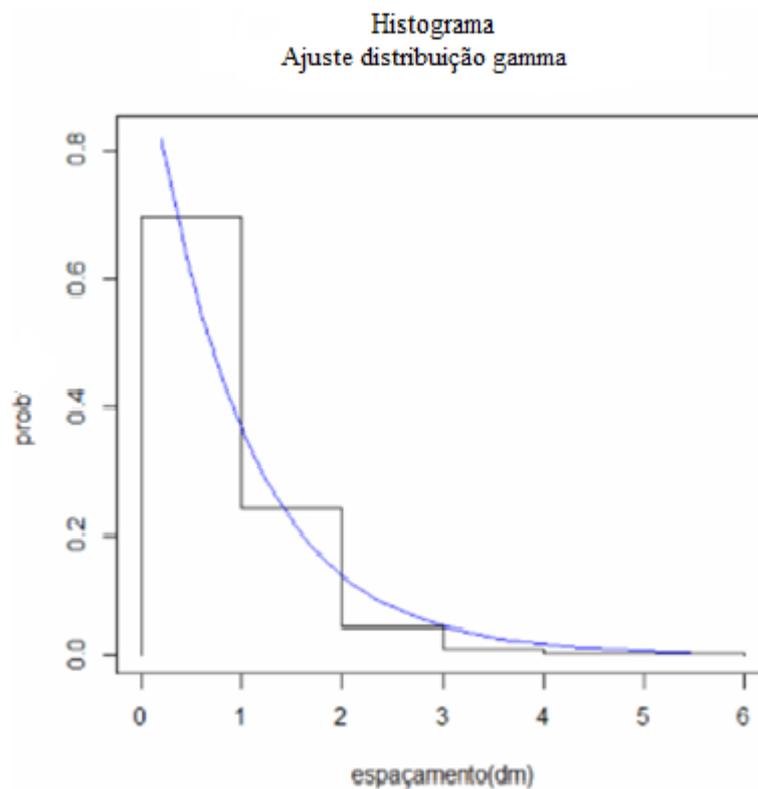


Figura 6.46 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,1m.

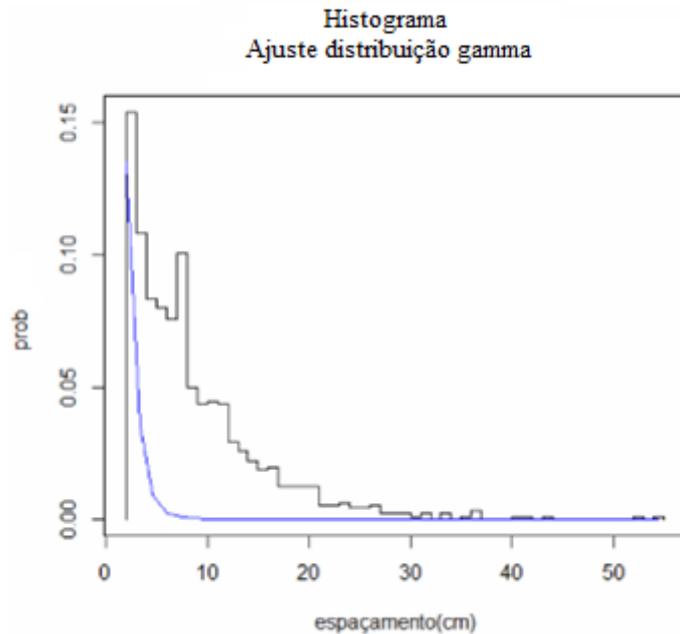


Figura 6.47 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,01m.

Sintetizando os resultados dos testes de aderência para a conjunção dos furos 062 e 137, pode se observar que o **teste de normalidade Shapiro-Wilk** (distribuições normal e lognormal), mostra que os dados da amostra na escala de 0,1m e 0,01m não seguem as distribuições normal e lognormal. Enquanto que o χ^2 nas distribuições gama e exponencial negativa, mostra que os dados da amostra na escala de 0,1m e 0,01m não seguem a distribuição gama ($\alpha=1$, $\beta=1$) e exponencial negativa (rate=1).

Nas tabelas 6.1 e 6.2 constam os resultados obtidos nos dados das amostras desenvolvidos no software R. Observa-se que a escala não muda os resultados finais de aderência ou não aderência, porém, sim há diferença no p-value em algumas situações, sendo relevante a maior adesão à fdp exponencial negativa para escala maior no caso da primeira amostra, formada por litologias variadas. Porém, a segunda amostra, composta exclusivamente por xisto, os valores não seguem uma fdp exponencial negativa em nenhum dos casos.

Tabela 6.1 - Resultados das distribuições dos dados da 1ª amostra (p-value: p-v; escala: (a) é 1m e (b) é 0,1m)

1ª amostra	Distribuição	KS p-value (%) α (5%)	Shapiro-Wilk p-value (%) α (5%)	χ^2 p-value (%) α (5%)	Hipóteses Ho/Ha	Confirmação sim/não
Furo 110 (a)	normal	p-v< 2,2E-07	p-v=4,16E-06	-	Ha	não
(b)		p-v< 2,2E-07	p-v=4,16E-06	-	Ha	não
(a)	lognormal	p-v=0,4174	p-v=0,206	p-v=0,23	Ho	sim
(b)		p-v=0,5084	p-v=0,2943	p-v=0,23	Ho	sim
(a)	gama($\alpha,\beta=1$) → exponencial	p-v=0,0062	-	p-v=0,16	Ho	sim
(b)		p-v< 2,2E-07	-	p-v=0,15	Ho	sim
(a)	weibull($\alpha,\beta=1$) → exponencial	p-v=0,0062	-	p-v=0,473	Ho	sim
(b)		p-v< 2,2E-07	-	p-v=0,102	Ho	sim
Furo 100 (a)	normal	p-v< 2,4E-07	p-v< 2,4E-07	-	Ha	não
(b)		p-v< 2,4E-07	p-v< 2,4E-07	-	Ha	não
(a)	lognormal	p-v=0,035	p-v=0,1435	p-v=0,0	Ho	sim
(b)		p-v=0,019	p-v=0,1571	p-v=0,0	Ho	sim
(a)	gama($\alpha,\beta=1$) → exponencial	p-v< 2,2E-07	-	p-v=0,0068	Ha	não
(b)		p-v< 2,2E-07	-	p-v=0,0061	Ha	não

Tabela 6.2 - Resultados das distribuições dos dados da 2ª amostra (escala: (a) é 0,1m e (b) é 0,01m; F: furo)

2ª amostra	Distribuição	KS p-value α (5%)	Shapiro-Wilk p-value α (5%)	χ^2 p-value α (5%)	Hipóteses Ho/Ha	Confirmação sim/não
F. 137 (a) (b)	normal	p-v < 2,2E-07	p-v < 2,2E-07	-	Ha	não
		p-v < 2,2E-07	p-v < 2,2E-07	-	Ha	não
(a) (b)	lognormal	p-v =0,0011	p-v =0,00079	-	Ha	não
		p-v =0,0011	p-v =0,00079	-	Ha	não
(a) (b)	gama($\alpha, \beta=1$) → exponencial	p-v < 2,2E-07	-	p-v =0,0	Ha	não
		p-v < 2,2E-07	-	p-v =0,0	Ha	não
F. 062 (a) (b)	normal	p-v=0,00045	p-v = 0,000127	-	Ha	não
		p-v=0,00045	p-v = 0,000127	-	Ha	não
(a) (b)	lognormal	p-v =0,00071	* p-v =0,0359	p-v=0,0	*Ho/Ha	*sim
		p-v =0,00071	* p-v =0,0359	p-v=0,0	*Ho/Ha	*sim
(a) (b)	gama($\alpha, \beta=1$) → exponencial	p-v < 2,2E-07	-	p-v =0,0	Ha	não
		p-v < 2,2E-07	-	p-v =0,0	Ha	não
062-137 (a) (b)	normal	p-v < 2,2E-07	p-v < 2,2E-07	-	Ha	não
		p-v < 2,2E-07	p-v < 2,2E-07	-	Ha	não
(a) (b)	lognormal	p-v =0,00069	p-v=0,000032	-	Ha	não
		p-v =0,00069	p-v=0,000032	-	Ha	não
(a) (b)	gama($\alpha, \beta=1$) → exponencial	p-v < 2,2E-07	-	p-v=0,0	Ha	não
		p-v < 2,2E-07	-	p-v=0,0	Ha	não

*No furo 062 da 2ª amostra, a distribuição lognormal resultou o p-value=0,0359 (escala de 0,1 e 0,01m). Foi adotado no trabalho $\alpha=0,05$, sendo p-value< α , neste caso esta distribuição não confirma, caso adotasse $\alpha=0,01$, sendo p-value> α tal distribuição confirmaria.

Sugere-se para a continuidade da dissertação, determinar uma nova equação para estimação do RQD a partir das distribuições estatísticas lognormal e gama dos espaçamentos das descontinuidades de rocha melhores representadas neste trabalho, e também calcular os parâmetros α (escala) e β (forma) das distribuições weibull e gama obtidos por regressão não linear para complementar a pesquisa.

7 - CONCLUSÕES

Após o processamento dos dados de espaçamento entre fraturas num total de 920m de testemunhos de sondagem em dois maciços diferentes, podemos concluir que:

Numa amostra em dois furos (77 e 643m de comprimento) com litologia de gnaiss, milonito, quartzo, clorita e xisto:

No teste de KS, podemos admitir que no furo de 77m, com escala (amplitude das classes do histograma) de 0,10 m e 1,0m, os valores de distâncias entre fraturas não seguem distribuição normal, gama, weibull e nem exponencial, mas seguem uma distribuição lognormal. No furo de 643m com escala de 0,10 m e 1,0m, os dados não seguem uma distribuição normal, gama e nem exponencial, mas 'seguem a distribuição lognormal (p-value=1,9% na escala de 0,1m e 3,5% na escala de 1,0m)'.

Nesta amostra segundo o teste de Shapiro-Wilk, os dados não seguem a distribuição normal, mas seguem a distribuição lognormal.

Segundo o χ^2 (implementado no Script de Ricci (2005)), os dados do furo de 77m nas escalas de 0,1m e 1,0m seguem as distribuições gama, weibull para $\alpha, \beta=1$ e portanto seguem a distribuição exponencial negativa, e também seguem uma lognormal. E os dados do furo de 643m da amostra nas escalas de 0,1m e 1,0m não seguem as distribuições gama e weibull para $\alpha, \beta=1$ e em consequência também não seguem a distribuição exponencial negativa, também não seguem a lognormal.

Apesar de que os valores de distâncias entre fraturas não satisfazem os testes de aderência para a forma exponencial negativa, o cálculo de RQD pelas equações de Priest & Hudson (1976), e Vali (2013) aproximaram-se satisfatoriamente ao cálculo direto seguindo a definição original de Deere & Miller (1967).

Na amostra de xisto com furos de 43 e 57m:

Segundo o teste de KS, no furo de 43m com escala de 0,1m e 0,01m, os dados não seguem uma distribuição normal, lognormal, gama, weibull e nem exponencial negativa. No furo de 57m, com escala de 0,1m e 0,01m, os dados também não seguem uma distribuição normal,

lognormal, gama, weibull e nem exponencial negativa. No teste de normalidade de Shapiro-Wilk, os dados do furo de 43m e os da união dos furos, não seguem as distribuições normal e lognormal. Já os dados do furo de 57m também não seguem a distribuição normal, porém ‘seguem a distribuição lognormal’. Segundo o χ^2 , os dados do furo de 43m, os do de 57m e os da união de ambos os furos, na escala de 0,10m e na de 0,010m, não seguem as distribuições gama nem weibull para $\alpha, \beta=1$, nem exponencial negativa. No furo de 57m este teste também mostra que os dados não seguem a forma lognormal.

O cálculo de RQD pelas equações de Priest & Hudson (1976) e Vali (2013) nesta amostra de xisto é similar, mas difere ao cálculo pela equação de Deere & Miller (1967), que é a definição pura de RQD, mostrando neste caso a invalidade das equações surgidas da hipótese de que as distâncias entre fraturas num furo de sondagem respondem a uma função densidade de probabilidade exponencial negativa.

Portanto, comparando os cálculos das duas amostras do RQD, verificou-se que o tipo de litologia influenciou em resultados diferentes, sendo que no caso da amostra de várias litologias as equações de cálculo de RQD baseadas na hipótese de que as distâncias entre fraturas seguem uma função densidade de probabilidade exponencial negativa são válidas, mas no caso particular da amostra de xisto não, apresentando esta litologia um comportamento mais difícil de padronizar.

REFERÊNCIAS

1. ABGE. Editores: Dos Santos Oliveira, Antonio M. et Nertan A. de Brito, Sérgio. Oficina de textos, 2013.
2. ABGE. Geologia de engenharia. Produção editorial: Oficina de textos. (2013).
3. A. MORETTIN, PEDRO & DE. O. BUSSAB, WILTON. Estatística básica. Editora Saraiva; 6ª edição, 2010.
4. DEERE, D. U, MILLER, R.P. Engineering classification and index properties for intact rocks. Tech. Rep. N° AFWL-TR-65-116 Uni. of Illinois, Urbana, 299p., 1966.
5. HOLCOMBE COUGHLIN & ASSOCIATES. Consultants in Structural Geology & Exploration (internet).
6. ISRM . Rock Characterization Testing and Monitoring. E. T. Brown. 211p ,1981.
7. J.,HUDSON. Engineering Rock Mechanics; An Introduction to the Principles. vol 1. Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, UK. Published by Elsevier Science Ltd. .,1997.
8. JUNQUEIRA C. RONCONI, AUGUSTO. Degeo/EM/Ufop .Trabalho de conclusão de curso. Caracterização litogeoquímica de rochas do supergrupo rio das velhas na região da Mina de Ouro do "BAHÚ" Rio Acima – MG. 2017.
9. LIZAMA,J.M. Distribuciones Estadísticas y Análisis de Relación entre Variables Geotécnicas en el Túnel Sur Nivel 17, para futuros Modelos DFN, Yacimiento Río Blanco, CODELCO Chile, Division Andina, Región de Valparaíso. Memoria para optar al Título de Geólogo. Universidad de Concepción, Departamento de la Tierra. 115pp. Concepción. 2014.
10. MADEIRA PAZ, VALMOR ET AL. Levantamento de descontinuidades e avaliação da estabilidade de taludes da Minado Mangueirão. REMOA, Santa Maria, v.14, Ed. Especial Unipampa, p.98-115. UFSM, ISSN:22361308, 2015.
11. NEIVA DO SANTOS, FELIPE. Metodologia para o dimensionamento de cavas rochosas com abordagens probabilísticas e proposição de critério para determinar a largura das bernas de contenção. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Geotecnia da UFOP, 2018.
12. ORTIZ, F. Modelo de Fragmentación Sector Minería Continua. Nota Interna GRMD_SGEOM_90_2014, Codelco Chile, División Andina: 38 pp. Los Andes. 2014.
13. PALMSTRÖN, ARILD. Measurements of and correlations between block size and rock quality designation (RQD). Tunnelling and Underground Space Technology, 20(4):362 – 377, 2005. ISSN 0886-7798. doi: 10.1016/j.tust.2005.01.005.
14. PEREIRA, WILSON & K. TANAKA, OSVALDO. Elementos de estatística. Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda.. 1984.

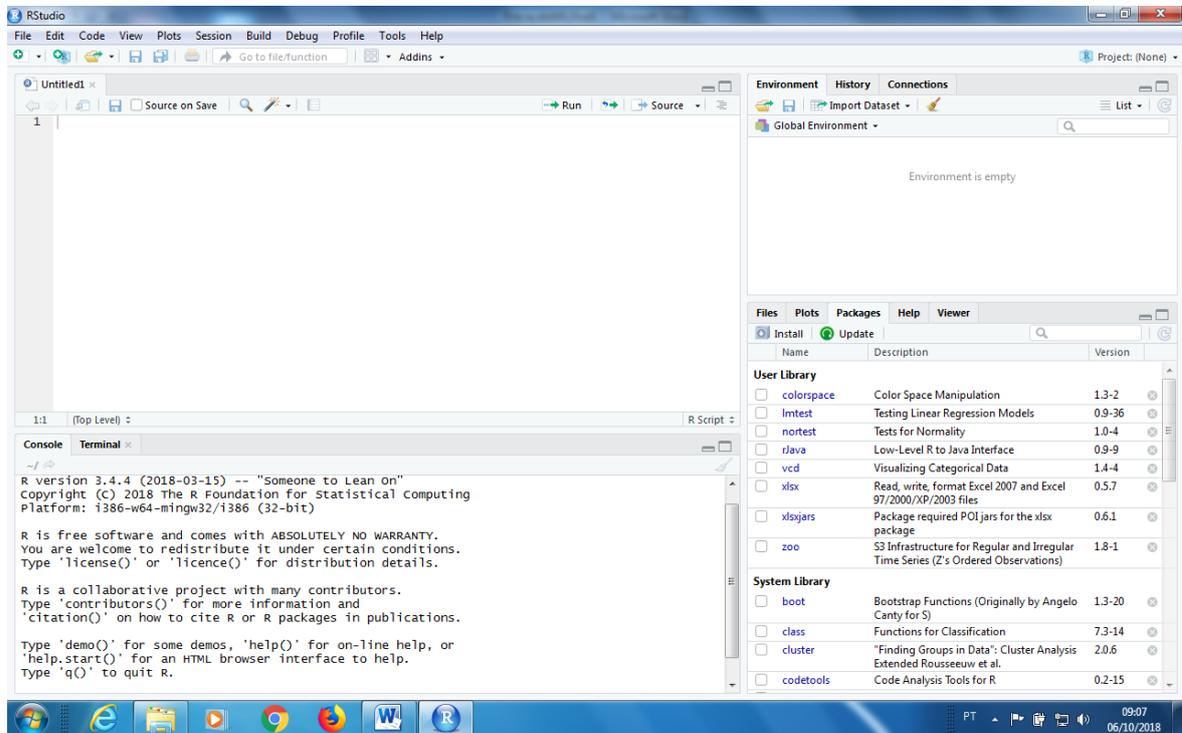
15. PIO FIORI, ALBERTO ET AL. Fundamentos de mecânica dos solos e das rochas. Editora Oficina de textos; 2ª edição revisada e ampliada, 2013.
16. PRIEST, STEPHEN D.. Discontinuity Analysis for Rock Engineering. Published by Chapman & Hall, 2 – 6 Boundary Row, London SE1 8HN, UK, 1995.
17. PRIEST, STEPHEN D. & HUDSON, J. A. . Discontinuity Spacings in Rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 13, 135-48,1976.
18. PUPIN MELLO, MARCIO & PETTERNELLI, LUIZ A. . Conhecendo o R. Uma visão mais que estatística, 2013.
15. RICCI,VITO. Fitting distributions with R. Release 0.4. 21 de February de 2005.
19. ROULEAU, A. & GALE, J. E..Statistical characterization of the fracture system in the Stripa Granite, Sweden. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geonech. Abstr. 22 (6): 353-367, 1985.
20. STAVROPOULOU,M. Discontinuity frequency and block volume distribution in rock masses. Journal homepage: www.elsevier.com/locate/ijrmms. International journal of rock mechanics & mining sciences 65, 62-74, 2014.
21. THORPE, RICHARD K.. An example of fracture characterization in granitic rock.. In: U. S. SYMPOSIUM ON ROCK MECHANICS, 22, Massachussets Institute of Technology, Cambridge, 1981.
22. TORMAN, VANESSA B. Leotti *et al.* Normalidade de variáveis: Métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. Revista HCPA. 2012.
23. TRESSOLDI, MARILDA. Uma contribuição à caracterização de maciços rochosos fraturados visando a proposição de modelos para fins hidrológicos e hidrogeotécnicos. Instituto de Geociências/USP,1991.
24. VALI, BREADLEY. A relação entre RQD e frequência de fratura em OK Tedi. Iternational Symposium on Earth Science and Technology, CINEST 2012. Department of Mining Engineering,PNG University of Technology, Lae, Papua New Guinea, 2013.
25. WITHERSPOON, P. A. & GALE, J. E.. Hydrogeological testing to characterize a fractured granite. Bulletin of the International Association of Engineering Geology. (26-27): 515-526, 1982 -1983.
26. Z., SEN. RQD-Fracture Frequency Chart Based on a Weibull Distribution. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 30, No. 5, pp. 555-557. Printed in Great Britain, 1993

Internet

1. HOLCOMBE COUGHLIN & ASSOCIATES. Consultants in Structural Geology & Exploration. [HTTP://www.holcombecoughlin.com/](http://www.holcombecoughlin.com/).
2. SCRIBD. Testes estatísticos KS e Shapiro-Wilk. www.scribd.com.
3. VALDEZ, ALAN. O que é o método descritivo em pesquisas. www.ehow.com.br. 2017.
4. 3DEC4.10.Itasca™, 2012

Anexo I

Ilustra-se na figura abaixo a interface do programa R com o editor de texto RStudio.



Interface do Programa R com o editor RStudio (R version 3.3.4, 2018)

1ª amostra

#Dissertação - Nugeo

#Script 1 - FO100

#Arquivo: Res5FO100_hist

#instalar pacote

library(xlsx)

getwd()

#Leitura da planilha


```

#referência:set1=read.xlsx(file="set1.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame=TRUE,
header=TRUE,

#row.names=1,colClasses = 'numeric')

coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE,
header=TRUE,

        colClasses = 'numeric')

coleta2

#Histograma

#referência:par(mfrow=c(1,2)) # Divide a tela grafica em 2 partes (1 linha e 2 colunas)

#sapply(seq(1,2),function(j)hist(set1[,j],main=colnames(set1)[j],xlab="",col="darkred",
#freq=FALSE))

sapply(seq(1,2),function(j)hist(coleta2[,2],main="Histograma
FO100",xlab="espacamento(m)",

ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",freq=FALSE,xlim=c(0,12),ylim=c(0,1),nc=10
))

#outra opção;

sapply(seq(1,2),function(j)hist(coleta2[,3],main="Histograma
FO100",xlab="espacamento(dm)",

ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",freq=FALSE,xlim=c(0,12),ylim=c(0,0.3),brea
ks=107))

#outra opção;

sapply(seq(1,2),function(j)hist(coleta2[,4],main="Histograma
FO100",xlab="espacamento(cm)",

ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",freq=FALSE,ylim=c(0,0.01),breaks=1076))

?sapply

```

?seq

Criando gráficos com Boxplot

```
library(xlsx)
```

```
coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE,  
header=TRUE, colClasses = 'numeric')
```

```
boxplot(coleta2$Espacamento1.m.,data=coleta2,main="Boxplot",ylab="espaçamento(m)",
```

```
notch = T,col = 3)
```

```
boxplot(coleta2$Espacamento2.dm.,data=coleta2,main="Boxplot",ylab="espaçamento(dm  
)", notch = T,col = 3)
```

```
boxplot(coleta2$Espacamento3.cm.,data=coleta2,main="Boxplot",ylab="espaçamento(cm)  
",notch = T,col = 3)
```

#distribuição normal

#furo 100

#Arquivo: R6FO100_dist

```
library(xlsx)
```

```
coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE,  
header=TRUE,
```

```
colClasses = 'numeric')
```

```
coleta2$Espacamento1.m.
```

```
mean(coleta2$Espacamento1.m.)
```

```
#[1] 0.6384493
```

```
sd(coleta2$Espacamento1.m.)
```

```
#[1] 1.063795
```

```
#outra opção
```

```
mean(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm = T)
```

```
#[1] 6.384493
```

```
sd(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm = T)
```

```
#[1] 10.64324
```

```
?sapply
```

```
?plot
```

```
?hist
```

#números aleatórios

```
set.seed(2000)
```

```
x.norm<-rnorm(n=1007,mean=0.64,sd=1.06) #ok!
```

```
x.norm
```

#A graphical technique to evaluate the goodness of fit can be drawing pdf curve and histogram together.

```
h<-hist(x.norm,breaks=100,ylab="prob",prob=TRUE,freq=F,ylim=c(0,0.8),col="darkred")
```

```
xhist<-c(min(h$breaks),h$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h$density,0)
```

```
xfit<-seq(min(x.norm),max(x.norm),length=40)
```

```
yfit<-dnorm(xfit,mean=mean(x.norm),sd=sd(x.norm))
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Normal pdf and  
  histogram")
```

```
lines(xfit,yfit, col="red")
```

```
#amostra
```

```
h<-hist(coleta2$Espacamento1.m.,main="ajuste distribuição  
Normal",freq=F,breaks=10,ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",ylim=c(0,0.1),xlim  
=c(0,12)) #não ok!
```

```
#outra opção
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
h<-hist(coleta2$Espacamento2.dm.,main="ajuste distribuição  
Normal",freq=F,breaks=107,ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",ylim=c(0,0.1),xli  
m = c(0,120))
```

```
xhist<-c(min(h$breaks),h$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h$density,0)
```

```
#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1.m.),max(coleta2$Espacamento1.m.),length=40)
```

```
xfit<-seq(0.0,10.76,length=40)
```

```
xfit<-seq(0.0,107.6,length=40)
```

```
yfit<-
```

```
dnorm(xfit,mean=mean(coleta2$Espacamento1.m.),sd=sd(coleta2$Espacamento1.m.))
```

```
yfit<-
```

```
dnorm(xfit,mean=mean(coleta2$Espacamento2.dm.),sd=sd(coleta2$Espacamento2.dm.))
```

```
yfit<-dnorm(xfit,mean=0.64,sd=1.06)
```

```
yfit<-dnorm(xfit,mean=6.38,sd=10.64)
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Normal pdf and
```

```
  histogram",col="darkred")
```

```
lines(xfit,yfit, col="blue")
```

```
#Distribuição lognormal
```

```
#furo 100
```

```
#Arquivo: Res7FO100_dist
```

```
library(xlsx)
```

```
coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE,  
header=TRUE,
```

```
colClasses = 'numeric')
```

```
coleta2
```

```
coleta2$Espacamento1.m.
```

```
coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
#espaçamento(m)
```

```
#medialog de logesp1 (EXCEL)
```

```
#-0.52
```

```
#desvpadlog de logesp1 (EXCEL)
```

```
#0.54
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
#medialog de logesp2 (EXCEL)
```

```
#0.472655
```

```
#desvpadlog de logesp2 (EXCEL)
```

```
#0.150515
```

```
min(coleta2$Espacamento1.m.)
```

```

#0

max(coleta2$Espacamento1.m.)

#10.76

min(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm = T)

#0.1

max(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm = T)

#107.6

#teste

vet1<-c(0.1,0.15,0.2)

mean(log(vet1))

# números aleatórios

x.lnorm<-rlnorm(n=1007,meanlog=-0.52,sdlog=0.54)

x.lnorm

h4<-hist(x.lnorm,breaks=7,prob=T,col="darkred",ylim=c(0,1.0),freq=F,ylab="prob")

xhist<-c(min(h4$breaks),h4$breaks)

xfit<-seq(min(x.lnorm),max(x.lnorm),length=40)

yhist<-c(0,h4$density,0)

yfit<-dlnorm(xfit,meanlog=-0.52,sdlog=0.54)

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,c(0,1.0))), main="LogNormal pdf and

  histogram")

lines(xfit,yfit, col="red")

```

```
# amostra
```

```
#mean(log(coleta2$Espacamento1.m.)) ???
```

```
#sd(log(coleta2$Espacamento1.m.)) ???
```

```
h4<-hist(coleta2$Espacamento1.m.,main="ajuste distribuição  
Lognormal",breaks=10,prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.8),xlab="espaçamento(m  
)",ylab="prob(%)",xlim=c(0,12)) # não ok!
```

```
#outra opção
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
h4<-hist(coleta2$Espacamento2.dm.,main="ajuste distribuição  
Lognormal",breaks=107,prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.3),xlab="espaçamento(  
dm)",ylab="prob(%)",xlim=c(0,120))
```

```
xhist<-c(min(h4$breaks),h4$breaks)
```

```
xhist
```

```
yhist<-c(0,h4$density,0)
```

```
yhist
```

```
xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1.m.),max(coleta2$Espacamento1.m.),length=40)
```

```
xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm =  
T),max(coleta2$Espacamento2.dm.,na.rm = T),length=40)
```

```
xfit
```

```
#yfit<-
```

```
dlnorm(xfit,meanlog=mean(log(coleta2$Espacamento1.m.)),sdlog=sd(log(coleta2$Espaca  
mento1.m.))) ???
```

```
#yfit<-
```

```
dlnorm(xfit,meanlog=mean(log(coleta2$Espacamento2.dm.)),sdlog=sd(log(coleta2$Espaca  
mento2.dm.))) ???
```

```

yfit<-dlnorm(xfit,meanlog=-0.52,sdlog=0.54)

yfit<-dlnorm(xfit,meanlog=0.47,sdlog=0.15)

yfit

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)),main="ajuste distribuição Lognormal")

lines(xfit,yfit,col="yellow") #ok!

#distribuição Weibull

#furo 100

#números aleatórios

?hist

set.seed(2000)

x.wei<-rweibull(n=1007,shape=1.0,scale=1.0) #ok!

x.wei

h3<-hist(x.wei,breaks=15,ylab="prob",prob=TRUE,freq=F,co="darkred")

xhist<-c(min(h3$breaks),h3$breaks)

yhist<-c(0,h3$density,0)

xfit<-seq(min(x.wei),max(x.wei),length=40)

yfit<-dweibull(xfit,shape=1,scale=1)

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Weibull pdf and

    histogram")

lines(xfit,yfit, col="blue")

```

#amostra

```
h3<-hist(coleta2$Espacamento1.m.,main="ajuste distribuição  
Weibull",prob=T,breaks=10,ylab="prob(%)",prob=TRUE,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,  
1))
```

#outra opção

#espaçamento(dm)

```
h3<-hist(coleta2$Espacamento2.dm.,main="ajuste distribuição  
Weibull",pro=T,breaks=107,ylab="prob(%)",col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.1)) #ou;
```

```
h3<-hist(coleta2$Espacamento3.cm.,breaks=1076,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.01))  
#ou;
```

```
xhist<-c(min(h3$breaks),h3$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h3$density,0)
```

```
#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1.m.),max(coleta2$Espacamento1.m.),length=40)
```

```
#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento2.dm.),max(coleta2$Espacamento2.dm.),length=40)
```

```
#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento3.cm.),max(coleta2$Espacamento3.cm.),length=40)
```

```
xfit<-seq(0.0,10.76,length=40)
```

```
xfit<-seq(0.0,107.6,length=40)
```

```
xfit<-seq(0.0,1076,length=40)
```

```
yfit<-dweibull(xfit,shape=1,scale=1)#ok!
```

```
yfit<-dweibull(xfit,shape=1.5,scale=1) #ou;não ok!
```

```
yfit<-dweibull(xfit,shape=2,scale=1) #ou;não ok!
```

```
yfit<-dweibull(xfit,shape=2.5,scale=1) #ou;não ok!
```

```
yfit<-dweibull(xfit,shape=3,scale=1) #ou;não ok!
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="ajuste distribuição Weibull")
```

```
lines(xfit,yfit, col="blue")
```

#Distribuição Gamma

#furo 100

```
?rgamma
```

#números aleatórios

```
set.seed(2000)
```

```
x.gam<-rgamma(n=1007,shape=1,scale=1)
```

```
x.gam<-rgamma(n=1007,shape=1.5,scale=1) #ou
```

```
x.gam<-rgamma(n=1007,shape=2,scale=1) #ou
```

```
x.gam
```

```
h5<-hist(x.gam,breaks=12,ylab="prob",prob=T,col="darkred",ylim=c(0,1),freq=F)
```

```
xhist<-c(min(h5$breaks),h5$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h5$density,0)
```

```
xfit<-seq(min(x.gam),max(x.gam),length=40)
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=1,scale=1)
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=1.5,scale=1) #ou
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=2.0,scale=1) #ou
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Gamma pdf and  
histogram")
```

```
lines(xfit,yfit, col="green")
```

#amostra

```
h5<-hist(coleta2$Espacamento1.m.,main="ajuste distribuição  
Gamma",breaks=10,ylab="prob",prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,1))
```

#outra opção

```
#espaçamento(dm)
```

```
h5<-hist(coleta2$Espacamento2.dm.,main="ajuste distribuição  
Gamma",breaks=107,ylab="prob",prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.3))
```

```
xhist<-c(min(h5$breaks),h5$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h5$density,0)
```

```
#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1),max(coleta2$Espacamento1),length=40)
```

```
xfit<-seq(min(x.gam),max(x.gam),length=40)
```

```
#xfit<-seq(0,10.76,40) ???
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=1,scale=1) # ok!
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=1.5,scale=1) #ou;não ok!
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=2.0,scale=1) #ou;não ok!
```

```
yfit<-dgamma(xfit,shape=3.5,scale=0.5) # ou;não ok!
```

```
yfit
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Gamma pdf and  
histogram")
```

```
lines(xfit,yfit,col="green")
```

#distribuição exponencial

#furo 100

?distributions

```
#dexp(x, rate = 1, log = FALSE)
```

```
#pexp(q, rate = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

```
#qexp(p, rate = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

```
#rexp(n, rate = 1)
```

#números aleatórios

```
set.seed(2000)
```

```
x.exp<-rexp(1007,rate=1.0) #ok!
```

```
x.exp
```

```
h2<-hist(x.exp,breaks=20,ylab="prob",prob=TRUE,ylim=c(0,1.0),freq=F,co="darkred")
```

```
xhist<-c(min(h2$breaks),h2$breaks)
```

```
yhist<-c(0,h2$density,0)
```

```
xfit<-seq(min(x.exp),max(x.exp),length=40)
```

```
yfit<-dexp(xfit)
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```

```
plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="exponencial pdf and
```

```
  histogram")
```

```
lines(xfit,yfit, col="blue")
```

amostra

```
h2<-
```

```
hist(coleta2$Espacamento1.m.,breaks=10,ylab="prob(%)",prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,1),xlim = c(0,12)) #ok!
```

```

h2<-hist(coleta2$Espacamento2.dm.,main="ajuste de distribuição",
breaks=107,ylab="prob(%)",prob=T,col="darkred",freq=F,ylim=c(0,0.3),xlim=c(0,120))

xhist<-c(min(h2$breaks),h2$breaks)

yhist<-c(0,h2$density,0)

#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1),max(coleta2$Espacamento1),length=40)

xfit<-seq(0.0,10.76,length=40)

xfit<-seq(0.0,107.6,length=40)

yfit<-dexp(xfit)

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="exponencial pdf and
    histogram")

lines(xfit,yfit, col="blue")

# Distribuição uniforme

#furo 100

# números aleatórios

set.seed(2000)

x.un<-runif(n=1007,min=0,max=15)

x.un

h6<-hist(x.un,breaks=18,freq=F)

xhist<-c(min(h6$breaks),h6$breaks)

yhist<-c(0,h6$density,0)

xfit<-seq(min(x.un),max(x.un),length=40)

yfit<-dunif(xfit,min=0,max=0.3)

```

```

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Uniforme pdf and
  histogram")

lines(xfit,yfit, col="green")

# amostra

h6<-hist(coleta2$Espacamento1.m.,breaks=18,freq=F) #não ok!

xhist<-c(min(h6$breaks),h6$breaks)

yhist<-c(0,h6$density,0)

#xfit<-seq(min(coleta2$Espacamento1.m.),max(coleta2$Espacamento1.m.),length=40)

xfit<-

yfit<-dunif(xfit,min=0,max=15)

par(mfrow=c(1,1))

plot(xhist,yhist,type="s",ylim=c(0,max(yhist,yfit)), main="Uniforme pdf and
  histogram")

lines(xfit,yfit, col="green")

#furo 100

library(xlsx)

getwd()

coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE,
header=TRUE,

      colClasses = 'numeric')

coleta2$Espacamento1.m.

#teste estatístico

```

#Teste t (de Student);para uma média

```
t.test(coleta2$Espacamento1.m.,mu=1.1,alternative='greater')
```

#hipótese $H_0=1.1$;alfa=0.05 (5%);p-value=(100%);p-value>alfa --> H_0 aceita (ok!)

#furo 100

#Arquivo: Res8FO100_testedist

Teste de Kolmogorov-Smirnov (Teste KS)

#Teste para distribuição Gauss (normal)

ks.test?

```
ks.test(coleta2$Espacamento1.m.,"pnorm",mean=0.64,sd=1.06)
```

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento1.m.

#D = 0.273, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Normal.

#outra opção (espaçamento em dm)

```
ks.test(coleta2$Espacamento2.dm.,"pnorm",mean=6.39,sd=10.63)
```

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento2.dm.

#D = 0.27702, p-value < 2.2e-16

```

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Normal.

#Teste para distribuição Lognormal

#furo 100

ks.test(coleta2$Espacamento1.m., "plnorm", meanlog=-0.52, sdlog=0.54)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2$Espacamento1.m.

#D = 0.40381, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Lognormal.

#outra opção (espaçamento em dm)

ks.test(coleta2$Espacamento2.dm., "plnorm", meanlog=0.47, sdlog=0.15)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2$Espacamento2.dm.

#D = 0.59148, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Lognormal.

#apropos("test") #lista comandos com a palavra test

length(coleta2$Espacamento1.m.)

```

obj1<-2.2e-16 #2.2e-16=0.000000247=0.0000247%

obj1

#0.10=10%

Furo 100

#Arquivo: Res25FO100_TestDist.R

Ajuste do teste KS na normalidade para amostra com mais de 30 dados. Desprezar os resultados do teste KS anteriores.

library(xlsx)

coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx",sheetIndex=1,as.data.frame =TRUE, header=TRUE,
colClasses = 'numeric')

#Teste de Kolmogorov-Smirnov (Teste KS)

#ajuste do test KS na normalidade para amostra com mais de 30 dados.

install.packages('nortest', dependencies=TRUE) #já está instalado

library(nortest)

lillie.test(x) #x:dados

#Teste para distribuição Gauss(normal)

ks.test(coleta2\$Espacamento1.m,"pnorm",mean=0.64,sd=1.06)

x:coleta2\$Espacamento1.m.

lillie.test(coleta2\$Espacamento1.m.)

#Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test

data: coleta2\$Espacamento1.m.

#D = 0.2742, p-value < 2.2e-16

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição normal.

```
ks.test(coleta2$Espacamento2.dm., "pnorm", mean=6.39, sd=10.63)
```

```
x:coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
lillie.test(coleta2$Espacamento2.dm.)
```

```
#Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
```

```
data: coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
#D = 0.27723, p-value < 2.2e-16
```

```
#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)
```

#Os dados não tem distribuição normal.

#Teste para distribuição lognormal

```
ks.test(coleta2$Espacamento1.m., "plnorm", meanlog=-0.52, sdlog=0.54)
```

```
x:coleta2$logesp1
```

```
lillie.test(coleta2$logesp1)
```

```
#Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
```

```
data: coleta2$logesp1
```

```
#D = 0.029774, p-value = 0.03518 (aprox.3.5%)
```

```
#comentário: p-value é próximo de 0.05 (alfa=5%)
```

#Os dados não tem distribuição lognormal.

```
ks.test(coleta2$Espacamento2.dm., "plnorm", meanlog=0.47, sdlog=0.15)
```

```
x:coleta2$logesp2
```

```
lillie.test(coleta2$logesp2)
```

```
#Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
```

```
data: coleta2$logesp2
```

#D = 0.031545, p-value = 0.01968 (aprox.1.9%)

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%) #p-value é representativo

#Os dados não tem distribuição lognormal.

#Teste para distribuição Weibull

#furo 100

ks.test(coleta2\$Espacamento1.m., "pweibull", shape=1, scale=1)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento1.m.

#D = 0.26981, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição weibull.

#outra opção (espaçamento em dm)

ks.test(coleta2\$Espacamento2.dm., "pweibull", shape=1, scale=1)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento2.dm.

#D = 0.50781, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Weibull.

#Teste para distribuição Gamma

#furo 100

ks.test(coleta2\$Espacamento1.m., "pgamma", shape=1, scale=1)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento1.m.

#D = 0.26981, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Gamma.

#Outra opção (espaçamento em dm)

ks.test(coleta2\$Espacamento2.dm., "pgamma", shape=1, scale=1)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento2.dm.

#D = 0.50781, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Gamma.

#Teste para distribuição Exponencial

#furo 100

ks.test(coleta2\$Espacamento1.m., "pexp", rate=1)

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

#data: coleta2\$Espacamento1.m.

#D = 0.26981, p-value < 2.2e-16

#alternative hypothesis: two-sided

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição exponencial

#outra opção

```
ks.test(coleta2$Espacamento2.dm., "pexp", rate=1)
```

#One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
#data: coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
#D = 0.50781, p-value < 2.2e-16
```

```
#alternative hypothesis: two-sided
```

```
#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)
```

#os dados não tem distribuição exponencial

###Artigo: Vito Ricci. Fitting distributions with R. Release 0.4.21 February 2005.

#teste Weibull

#furo 100

#Arquivo: Res10FO100_testedist

```
library(xlsx)
```

```
coleta2=read.xlsx(file="coletaFO100.xlsx", sheetIndex=1, as.data.frame =TRUE,  
header=TRUE,
```

```
colClasses = 'numeric')
```

```
coleta2$Espacamento1.m.
```

```
coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
library(vcd)## loading vcd package
```

```
install.packages("vcd")
```

```
x.wei<-coleta2$Espacamento1.m.
```

#outra opção (espaçamento em dm)

```

x.wei<-coleta2$Espacamento2.dm.

x.wei

#espaçamento(m)

x.wei.cut<-cut(x.wei,breaks=c(0,2,4,6,8,10,12)) ##binning data(dados binários)

#espaçamento(dm)

x.wei.cut<-cut(x.wei,breaks=c(0,20,40,60,80,100,120)) ##binning data(dados binários)

x.wei.cut

table(x.wei.cut) ## binned data table

x.wei.cut

f.os<-vector()

for(i in 1:6) f.os[i]<- table(x.wei.cut)[[i]] ## empirical frequencies

f.os

#f.os

#[1] 938 44 11 3 3 2

#outra opção

#espaçamento(dm)

#[1] 943 44 11 3 3 2

# computing expected frequencies

med.wei<-mean(x.wei) ## sample mean

med.wei

#0.6384493 (med.wei)

var.wei<-var(x.wei) ## sample variance

```

```

var.wei

# 1.13166 (var.wei)

l.est<-med.wei/var.wei ## lambda estimate (corresponds to rate)

a.est<-((med.wei)^2)/var.wei ## alfa estimate

(pweibull(2,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(0,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 799.0642

(pweibull(4,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(2,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 75.00189

(pweibull(6,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(4,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 36.25061

(pweibull(8,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(6,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 21.82483

(pweibull(10,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(8,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 14.63458

(pweibull(12,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(10,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 10.48004

#dados do texto

f.ex<-c(800,76,37,22,15,11) ## expected frequencies vector

f.ex

#dados da distribuição adotada

f.ex<-c(800,76,37,22,15,11) ## expected frequencies vector

f.ex

```

```

X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic

#graus de liberdade: n=k-1-m (k:nº de classes;m:parâmetros estimados)

gdl<-6-1-2 ## degrees of freedom

1-pchisq(X2,gdl) ## p-value

pchisq(X2,gdl)

#dados do texto

#p-value=0 (0%)

#H0 é aceito como o p-value é maior do que um nível de significância fixado a pelo menos
5%.

#Conclusão: Os dados não seguem a distribuição Weibull.

#dados da distribuição adotada

#p-value=0 (0%)

#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo
menos 5%.

#Conclusão: Os dados não seguem a distribuição Weibull.

#outra opção

#espaçamento(dm)

p<-c((pweibull(20,shape=1,scale=1)-pweibull(0,shape=1,scale=1)),
      (pweibull(40,shape=1,scale=1)-pweibull(20,shape=1,scale=1)),
      (pweibull(60,shape=1,scale=1)-pweibull(40,shape=1,scale=1)),
      (pweibull(80,shape=1,scale=1)-pweibull(60,shape=1,scale=1)),
      (pweibull(100,shape=1,scale=1)-pweibull(80,shape=1,scale=1)),
      (pweibull(120,shape=1,scale=1)-pweibull(100,shape=1,scale=1)))

```

p

```
#[1] 1.000000e+00 2.061154e-09 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00
```

```
#[6] 0.000000e+00
```

```
pweibull(20,shape=1,scale=1)-pweibull(0,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 1
```

```
pweibull(40,shape=1,scale=1)-pweibull(20,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 2.061154e-09
```

```
pweibull(60,shape=1,scale=1)-pweibull(40,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 0
```

```
pweibull(80,shape=1,scale=1)-pweibull(60,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 0
```

```
pweibull(100,shape=1,scale=1)-pweibull(80,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 0.0002900627 ???
```

```
#[1] 0
```

```
pweibull(120,shape=1,scale=1)-pweibull(100,shape=1,scale=1)
```

```
#[1] 0
```

```
med.wei<-mean(x.wei,na.rm = T)
```

```
med.wei
```

```
#[1] 6.384493
```

```
var.wei<-var(x.wei,na.rm=T) ## sample variance
```

```
var.wei
```

```
#[1] 113.2786
```

```

l.est<-med.wei/var.wei ## lambda estimate (corresponds to rate)

a.est<-((med.wei)^2)/var.wei ## alfa estimate

(pweibull(20,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(0,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 1006.751

(pweibull(40,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(20,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 0.2254662

(pweibull(60,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(40,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 0.01915844

(pweibull(80,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(60,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 0.003254596

(pweibull(100,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(80,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 0.0007782804

(pweibull(120,shape=a.est,scale=l.est)-pweibull(100,shape=a.est,scale=l.est))*1007

#[1] 0.0002299961

#dados da distribuição adotada

f.ex<-c(1007,1,1,1,1,1) ## expected frequencies vector

f.ex

X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic

X2

#[1] 1962.068

#graus de liberdade: n=k-1-m (k:nº de classes;m:parâmetros estimados)

gdl<-6-1-2 ## degrees of freedom

```

```
gdl
```

```
#[1] 3
```

```
1-pchisq(X2,gdl) ## p-value
```

```
#[1] 0
```

```
pchisq(X2,gdl)
```

```
#[1] 1
```

```
#p-value=0 (0%)
```

```
#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo menos 5%.
```

```
#Conclusão: Os dados não seguem a distribuição Weibull.
```

```
#distribuição gamma
```

```
#furo 100
```

```
library(vcd)## loading vcd package
```

```
install.packages("vcd")
```

```
x.gam<-coleta2$Espacamento1.m.
```

```
#outra opção (espaçamento em dm)
```

```
x.gam<-coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
#espaçamento(m)
```

```
x.gam.cut<-cut(x.gam,breaks=c(0,2,4,6,8,10,12)) ##binning data(dados binários)
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
x.gam.cut<-cut(x.gam,breaks=c(0,20,40,60,80,100,120)) ##binning data(dados binários)
```

```
#espaçamento(m)
```

```

table(x.gam.cut) ## binned data table

#espaçamento(dm)

table(x.gam.cut) ## binned data table

#(0,20] (20,40] (40,60] (60,80] (80,100] (100,120]
#943    44    11    3    3    2

x.gam.cut

f.os<-vector()

for(i in 1:6) f.os[i]<- table(x.gam.cut)[[i]] ## empirical frequencies

f.os

#f.os

#[1] 938 44 11 3 3 2

#f.os

#[1] 943 44 11 3 3 2

mean(x.gam)

var(x.gam)

med.gam<-mean(x.gam) ## sample mean

var.gam<-var(x.gam) ## sample variance

l.est<-med.gam/var.gam ## lambda estimate (corresponds to rate)

a.est<-((med.gam)^2)/var.gam ## alfa estimate

#espaçamento(m)

(pgamma(2,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(0,shape=a.est,rate=l.est))*1007

#[1] 918.5077

```

```
(pgamma(4,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(2,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 67.6851
```

```
(pgamma(6,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(4,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 15.32965
```

```
(pgamma(8,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(6,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 3.958099
```

```
(pgamma(10,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(8,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 1.084817
```

```
(pgamma(12,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(10,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 0.3077586
```

```
#dados do texto ...
```

#dados da distribuição adotada

```
f.ex<-c(919,68,16,4,2,1) ## expected frequencies vector
```

```
f.ex
```

```
X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic
```

```
#graus de liberdade: n=k-1-m (k:nº de classes;m:parâmetros estimados)
```

```
gdl<-6-1-2 ## degrees of freedom
```

```
1-pchisq(X2,gdl) ## p-value
```

```
pchisq(X2,gdl)
```

#dados da distribuição adotada

```
#p-value=0.006804241 (aprox.0.68%)
```

```
#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo menos 5%.
```

#Conclusão: Os dados não seguem a distribuição Gamma.

#outra opção

#espaçamento(dm)

p<-c((pgamma(20,shape=1,rate=1)-pgamma(0,shape=1,rate=1)),

(pgamma(40,shape=1,rate=1)-pgamma(20,shape=1,rate=1)),

(pgamma(60,shape=1,rate=1)-pgamma(40,shape=1,rate=1)),

(pgamma(80,shape=1,rate=1)-pgamma(60,shape=1,rate=1)),

(pgamma(100,shape=1,rate=1)-pgamma(80,shape=1,rate=1)),

(pgamma(120,shape=1,rate=1)-pgamma(100,shape=1,rate=1)))

p

#[1] 1.000000e+00 2.061154e-09 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00

#[6] 0.000000e+00

x.gam

med.gam<-mean(x.gam,na.rm = T) ## sample mean

var.gam<-var(x.gam,na.rm = T) ## sample variance

l.est<-med.gam/var.gam ## lambda estimate (corresponds to rate)

a.est<-((med.gam)^2)/var.gam ## alfa estimate

(pgamma(20,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(0,shape=a.est,rate=l.est))*1007

#[1] 918.4291

(pgamma(40,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(20,shape=a.est,rate=l.est))*1007

#[1] 67.74892

(pgamma(60,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(40,shape=a.est,rate=l.est))*1007

```
#[1] 15.34186
```

```
(pgamma(80,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(60,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 3.960346
```

```
(pgamma(100,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(80,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 1.085145
```

```
(pgamma(120,shape=a.est,rate=l.est)-pgamma(100,shape=a.est,rate=l.est))*1007
```

```
#[1] 0.3077631
```

#dados da distribuição adotada

```
f.ex<-c(919,68,16,4,2,1) ## expected frequencies vector
```

```
f.ex
```

```
X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic
```

```
X2
```

```
#[1] 12.40986
```

```
#graus de liberdade: n=k-1-m (k:nº de classes;m:parâmetros estimados)
```

```
gdl<-6-1-2 ## degrees of freedom
```

```
gdl
```

```
#[1] 3
```

```
1-pchisq(X2,gdl) ## p-value
```

```
#[1] 0.006103269
```

```
pchisq(X2,gdl)
```

```
#[1] 0.9938967
```

#dados da distribuição adotada

```
#p-value=0.006103269(aprox. 0.61%)
```

```
#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo menos 5%.
```

```
#Conclusão: Os dados não seguem a distribuição Gamma.
```

```
#teste da Exponencial
```

```
#furo 100
```

```
install.packages("vcd")
```

```
x.exp<-coleta2$Espacamento1.m.
```

```
#outra opção
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
x.exp<-coleta2$Espacamento2.dm.
```

```
x.exp
```

```
#espaçamento(m)
```

```
x.exp.cut<-cut(x.exp,breaks=c(0,2,4,6,8,10,12)) ##binning data(dados binários)
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
x.exp.cut<-cut(x.exp,breaks=c(0,20,40,60,80,100,120)) ##binning data(dados binários)
```

```
#espaçamento(m)
```

```
table(x.exp.cut) ## binned data table
```

```
#espaçamento(dm)
```

```
table(x.exp.cut) ## binned data table
```

```
 #(0,20] (20,40] (40,60] (60,80] (80,100] (100,120]
```

```
 #943    44    11     3     3     2
```

```
x.exp.cut
```

```

f.os<-vector()

for(i in 1:6) f.os[i]<- table(x.exp.cut)[[i]] ## empirical frequencies

f.os

#f.os

#[1] 938 44 11 3 3 2

#outra opção

#f.os

#[1] 943 44 11 3 3 2

## computing expected frequencies

med.exp<-mean(x.exp) ## sample mean

var.exp<-var(x.exp) ## sample variance

l.est<-med.exp/var.exp ## lambda estimate (corresponds to rate)

l.est

#l.est

#[1] 0.5641704

#espaçamento(m)

(pexp(2,rate=l.est)-pexp(0,rate=l.est))*1007

#[1] 681.1653

(pexp(4,rate=l.est)-pexp(2,rate=l.est))*1007

#[1] 220.4044

(pexp(6,rate=l.est)-pexp(4,rate=l.est))*1007

#[1] 71.3162

```

```

(pexp(8,rate=l.est)-pexp(6,rate=l.est))*1007

#[1] 23.07576

(pexp(10,rate=l.est)-pexp(8,rate=l.est))*1007

#[1] 7.466616

(pexp(12,rate=l.est)-pexp(10,rate=l.est))*1007

#[1] 2.415971

f.ex<-c(682,221,72,24,8,3) ## expected frequencies vector

f.ex

X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic

gdl<-6-1-1 ## degrees of freedom

1-pchisq(X2,gdl) ## p-value

pchisq(X2,gdl)

#p-value=0(0%)

#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo
menos 5%.

#Conclusão: Os dados não seguem uma distribuição Exponencial.

#outra opção

#espaçamento(dm)

med.exp<-mean(x.exp,na.rm) ## sample mean

var.exp<-var(x.exp,na.rm=T) ## sample variance

l.est<-med.exp/var.exp ## lambda estimate (corresponds to rate)

l.est

#l.est

```

```

#[1] 0.05643552

(pexp(20,rate=l.est)-pexp(0,rate=l.est))*1007

#[1] 681.2858

(pexp(40,rate=l.est)-pexp(20,rate=l.est))*1007

#[1] 220.3619

(pexp(60,rate=l.est)-pexp(40,rate=l.est))*1007

#[1] 71.27609

(pexp(80,rate=l.est)-pexp(60,rate=l.est))*1007

#[1] 23.05426

(pexp(100,rate=l.est)-pexp(80,rate=l.est))*1007

#[1] 7.456901

(pexp(120,rate=l.est)-pexp(100,rate=l.est))*1007

#[1] 2.411935

f.ex<-c(682,221,72,24,8,3) ## expected frequencies vector

f.ex

X2<-sum(((f.os-f.ex)^2)/f.ex) ## chi-square statistic

X2

#[1] 315.1582

gdl<-6-1-1 ## degrees of freedom

gdl

#[1] 4

1-pchisq(X2,gdl) ## p-value

```

```
#[1] 0
```

```
pchisq(X2,gdl)
```

```
#[1] 1
```

```
#p-value=0(0%)
```

```
#H0 não é aceito como o p-value é menor do que um nível de significância fixado a pelo menos 5%.
```

```
#Conclusão: Os dados não seguem uma distribuição Exponencial.
```

```
apropos("test")
```

```
###Teste de Shapiro-Wilk
```

```
#Distribuição normal
```

```
#furo 100
```

```
#Arquivo: Res8FO100_testedist
```

```
shapiro.test(coleta2$Espacamento1.m.)
```

```
#Shapiro-Wilk normality test
```

```
#data: coleta2$Espacamento1.m.
```

```
##W = 0.5272, p-value < 2.2e-16
```

```
#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)
```

```
#os dados não tem distribuição Normal
```

```
#outra opção (espaçamento em dm)
```

```
shapiro.test(coleta2$Espacamento2.dm.)
```

```
#Shapiro-Wilk normality test
```

```
#data: coleta2$Espacamento2.dm.
```

#W = 0.52636, p-value < 2.2e-16

#comentário: p-value é menor que 0.05 (alfa=5%)

#os dados não tem distribuição Normal

#assimilação do teste Shapiro

qqnorm (coleta2\$Espacamento1.m.)

qqline(coleta2\$Espacamento1.m.)

pontos do gráfico padrão aproximado de reta???

#Whether we are dealing(lidando) with a continuous variable and all its pdf parameters are known we can use

#chisq.test():

computing relative expected frequencies (informando frequências relativas esperadas)

#Teste de Shapiro-Wilk

#Distribuição Lognormal

#furo 100

coleta2\$logesp1

shapiro.test(coleta2\$logesp1)

#Shapiro-Wilk normality test

#data: coleta2\$logesp1

#W = 0.99758, p-value = 0.1435 (14.35%)

#p-value = 0.1435 (14.35%)

##comentário: p-value é maior que 0.05 (alfa=5%)

###Os dados tem distribuição Lognormal.

#outra opção: espaçamento em dm

```
shapiro.test(coleta2$logesp2)
```

```
#Shapiro-Wilk normality test
```

```
#data: coleta2$logesp2
```

```
#W = 0.99763, p-value = 0.1571 (15.71%)
```

```
##comentário: p-value é maior que 0.05 (alfa=5%)
```

```
###Os dados tem distribuição Lognormal.
```

```
# FIM #
```

1ª e 2ª amostras

Script 2 - Teoria

1ª parte: Comandos utilizados no programa R

#1º)

library()

?library

#Loading/Attaching and Listing of Packages

Description:

#library and require load and attach add-on packages.

Usage:

library(package, help, pos = 2, lib.loc = NULL,

character.only = FALSE, logical.return = FALSE,

warn.conflicts = TRUE, quietly = FALSE,

verbose = getOption("verbose"))

require(package, lib.loc = NULL, quietly = FALSE,

warn.conflicts = TRUE,

character.only = FALSE)

#2º)

#sapply(list, function)

?sapply

#sapply is a user-friendly version and wrapper of lapply by default returning a vector, matrix or, if simplify = "array",

#an array if appropriate, by applying simplify2array(). sapply(x, f, simplify = FALSE, USE.NAMES = FALSE) is the same as lapply(x, f).

#3º)

#hist()

?hist

#The generic function hist computes a histogram of the given data values. If plot = TRUE, the resulting object of class "histogram"

#is plotted by plot.histogram, before it is returned.

#4°)

plot()

?plot

#For simple scatter plots, plot.default will be used. However, there are plot methods for many R objects, including functions, data.frames,

#density objects, etc.

#5°)

#set.seed()

?set.seed

#Random Number Generation:

#.Random.seed is an integer vector, containing the random number generator (RNG) state for random number generation in R. It can be saved

and #restored, but should not be altered by the user.

#6°)

ks.test()

?ks.test

#Kolmogorov-Smirnov Tests

Description:

#Perform a one- or two-sample Kolmogorov-Smirnov test.

Usage:

ks.test(x, y, ...,

 alternative = c("two.sided", "less", "greater"),

 exact = NULL)

#7°)

shapiro.test()

?shapiro.test

#Shapiro-Wilk Normality Test

Description:

#Performs the Shapiro-Wilk test of normality.

Usage:

shapiro.test(x)

2ª parte: Conceitos básicos de estatística

De Morettin & Bussab (2014), a amostra são os dados extraídos da população, isto é, subconjunto da população. Já a população é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação. A distribuição de frequências é um instrumento importante para avaliarmos a variabilidade (média, mediana, desvio padrão, etc) das observações de um fenômeno aleatório. As frequências são estimativas de probabilidades de ocorrências de certos eventos de interesse. Os modelos probabilísticos são construídos por variáveis aleatórias (v.a.).

Conforme Morettin & Bussab (2014), uma variável aleatória é uma variável quantitativa, cujo resultado (valor) depende de fatores aleatórios. As variáveis aleatórias podem ser classificadas em variáveis aleatórias discretas, contínuas e mistas.

Morettin & Bussab (2014) relata que a variável discreta só adquire valores de um conjunto, por exemplo, o número de automóveis que tem uma pessoa é uma variável discreta. Em contrapartida, as variáveis contínuas podem adquirir qualquer valor num intervalo, existindo sempre outros valores intermédios entre dois valores observáveis. A existência de mais ou menos valores depende da precisão da medição. Por exemplo: a altura de uma criança pode ser 1,2 metros, 1,24 metros ou 1,249 metros dependendo da forma como é medida.

Anexo II - Figuras dos resultados

1ª amostra

Figura 6.1 - Histograma do furo 110 com eixo x na escala em 1m	pág.59
Figura 6.2 - Histograma do furo 110 com eixo x na escala de 0,10m	pág.59
Figura 6.3 - Boxplot do furo 110 com escala de 1m.....	pág.60
Figura 6.4 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 110 com eixo x na escala de 1m.....	pág.61
Figura 6.5 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 110 com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.61
Figura 6.6 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 110 com eixo x na escala de 1,0m.....	pág.62
Figura 6.7 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 110 com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.63
Figura 6.8 - Histograma e ajuste da distribuição gama do furo 110 com eixo x na escala de 1,0m.....	pág.64
Figura 6.9 - Histograma e ajuste da distribuição gama do furo 110 com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.64
Figura 6.10 - Histograma do furo 100 com eixo x na escala em 1m.....	pág.66
Figura 6.11 - Histograma do furo 100 com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.66
Figura 6.12 - Boxplot do furo 100 na escala de 1m.....	pág.67
Figura 6.13 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 100 com eixo x na escala de 1,0m.....	pág.68
Figura 6.14 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 100 com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.68
Figura 6.15 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 100 com eixo x na escala de 1m.....	pág.69
Figura 6.16 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 100 com eixo x na escala de 0,1m.....	pág.70
Figura 6.17 - Histograma e ajuste da distribuição gama do furo 100 com eixo x na escala de 1,0m.....	pág.71

Figura 6.18 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,1m.....pág.71

2ª amostra

Figura 6.19- Fotos das caixas de testemunho do furo 137.....pág.72

Figura 6.20 - Histograma do furo 137 com eixo x na escala em 0,1mpág.73

Figura 6.21 - Histograma do furo 137 com eixo x na escala de 0,01mpág.73

Figura 6.22 - Boxplot do furo 137 na escala de 1m.....pág.74

Figura 6.23 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 137 com eixo x na escala de 0,10m.....pág.75

Figura 6.24 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 137 com eixo x na escala de 0,01m.....pág.75

Figura 6.25 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 137 com eixo x na escala de 0,1m.....pág.76

Figura 6.26 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 137 com eixo x na escala de 0,01m.....pág.76

Figura 6.27 - Histograma e ajuste da distribuição gama do furo 137 com eixo x na escala de 0,10m.....pág.77

Figura 6.28 - Histograma e ajuste da distribuição gama do furo 137 com eixo x na escala de 0,01m.....pág.77

Figura 6.29 - Fotos das caixas de testemunho do furo 062.....pág.79

Figura 6.30 - Histograma do furo 062 com eixo x na escala em 0,10mpág.79

Figura 6.31 - Histograma do furo 062 com eixo x na escala de 0,01mpág.80

Figura 6.32 - Boxplot do furo 062 na escala de 1m.....pág.80

Figura 6.33 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 062 com eixo x na escala de 0,10m.....pág.81

Figura 6.34 - Histograma e ajuste da distribuição normal do furo 062 com eixo x na escala de 0,01m.....pág.81

Figura 6.35 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 062 com eixo x na escala de 0,1m.....pág.82

Figura 6.36 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal do furo 062 com eixo x na escala 0,01m.....pág.82

Figura 6.37 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,10m.....	pág.83
Figura 6.38 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,01m.....	pág.84
Figura 6.39 - Histograma do furo 062e137 com eixo x na escala em 0,10 m	pág.85
Figura 6.40 - Histograma do furo 062e137 com eixo x na escala de 0,01m	pág.85
Figura 6.41 - Boxplot do furo 062e137 na escala de 1m.....	pág.86
Figura 6.42 - Histograma e ajuste da distribuição normal dos furos 062 e 137 com eixo x na escala de 0,1m.....	pág.86
Figura 6.43 - Histograma e ajuste da distribuição normal dos furos 062 e 137 com eixo x na escala de 0,01m.....	pág.87
Figura 6.44 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal dos furos 062 e 137 com eixo x na escala de 0,1m.....	pág.88
Figura 6.45 - Histograma e ajuste da distribuição lognormal dos furos 062 e 137 com eixo x na escala de 0,01m.....	pág.88
Figura 6.46 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,1m.....	pág.89
Figura 6.47 - Histograma e ajuste da distribuição gama com eixo x na escala de 0,01m.....	pág.90

Anexo III

Teste de Shapiro-Wilk

Tabela 1: Valores tabelados da constante a_{n-i+1}

$i \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	0,7071	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6062	0,5888	0,5739	0,5601	0,5475	0,5359	
2			0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291	0,3315	0,3325	0,3325	
3					0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141	0,2260	0,2347	0,2412	
4							0,0561	0,0947	0,1224	0,1429	0,1586	0,1707	
5									0,0399	0,0695	0,0922	0,1099	
6											0,0303	0,0539	
$i \backslash n$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886	0,4808	0,4734	0,4643	0,4590	0,4542	0,4493	0,4450	
2	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253	0,3232	0,3211	0,3185	0,3156	0,3126	0,3098	0,3069	
3	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553	0,2561	0,2565	0,2578	0,2571	0,2563	0,2554	0,2543	
4	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027	0,2059	0,2085	0,2119	0,2131	0,2139	0,2145	0,2148	
5	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587	0,1641	0,1686	0,1736	0,1764	0,1787	0,1807	0,1822	
6	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197	0,1271	0,1334	0,1399	0,1443	0,1480	0,1512	0,1539	
7	0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837	0,0932	0,1013	0,1092	0,115	0,1201	0,1245	0,1283	
8			0,0196	0,0359	0,0496	0,0612	0,0711	0,0804	0,0878	0,0941	0,0997	0,1046	
9					0,0163	0,0303	0,0422	0,0530	0,0618	0,0696	0,0764	0,0823	
10							0,0140	0,0263	0,0368	0,0459	0,0539	0,061	

11									0,0122	0,0228	0,0321	0,0403	
12											0,0107	0,0200	
13												0,0000	
i\n	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
1	0,4407	0,4366	0,4328	0,4291	0,4254	0,4220	0,4188	0,4156	0,4127	0,4096	0,4068	0,4040	
2	0,3043	0,3018	0,2992	0,2968	0,2944	0,2921	0,2898	0,2876	0,2854	0,2834	0,2813	0,2794	
3	0,2533	0,2522	0,2510	0,2499	0,2487	0,2475	0,2463	0,2451	0,2439	0,2427	0,2415	0,2403	
4	0,2151	0,2152	0,2151	0,2150	0,2148	0,2145	0,2141	0,2137	0,2132	0,1227	0,2121	0,2116	
5	0,1836	0,1848	0,1857	0,1864	0,1870	0,1874	0,1878	0,1880	0,1882	0,1883	0,1883	0,1883	
6	0,1563	0,1584	0,1601	0,1616	0,1630	0,1641	0,1651	0,1660	0,1667	0,1673	0,1678	0,1683	
7	0,1316	0,1346	0,1372	0,1395	0,1415	0,1433	0,1449	0,1463	0,1475	0,1487	0,1496	0,1505	
8	0,1089	0,1128	0,1162	0,1192	0,1219	0,1243	0,1265	0,1284	0,1301	0,1317	0,1331	0,1344	
9	0,0876	0,0923	0,0965	0,1002	0,1036	0,1066	0,1093	0,1118	0,1140	0,1160	0,1179	0,1196	
10	0,0672	0,0728	0,0778	0,0822	0,0862	0,0899	0,0931	0,0961	0,0988	0,1013	0,1036	0,1056	
11	0,0476	0,0540	0,0598	0,065	0,0697	0,0739	0,0777	0,0812	0,0844	0,0873	0,0900	0,0924	
12	0,0284	0,0358	0,0424	0,0483	0,0537	0,0585	0,0629	0,0669	0,0706	0,0739	0,0770	0,0798	
13	0,0094	0,0178	0,0253	0,032	0,0381	0,0435	0,0485	0,0530	0,0572	0,0610	0,0645	0,0677	
14		0,0000	0,0084	0,0159	0,0227	0,0289	0,0344	0,0395	0,0441	0,0484	0,0523	0,0559	
15				0	0,0076	0,0144	0,0206	0,0262	0,0314	0,0361	0,0404	0,0444	
16						0,0000	0,0068	0,0131	0,0187	0,0239	0,0287	0,0331	
17								0,0000	0,0062	0,0119	0,0172	0,0220	

18										0,0000	0,0057	0,0110	
19												0,0000	
i\n	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0,4015	0,3989	0,3964	0,3940	0,3917	0,3894	0,3872	0,3850	0,3830	0,3808	0,3789	0,3770	0,3751
2	0,2774	0,2755	0,2737	0,2719	0,2701	0,2684	0,2667	0,2651	0,2635	0,2620	0,2604	0,2589	0,2574
3	0,2391	0,2380	0,2368	0,2357	0,2345	0,2334	0,2323	0,2313	0,2302	0,2291	0,2281	0,2271	0,2260
4	0,2110	0,2104	0,2098	0,2091	0,2085	0,2078	0,2072	0,2065	0,2058	0,2052	0,2045	0,2038	0,2032
5	0,1881	0,1880	0,1878	0,1876	0,1874	0,1871	0,1868	0,1865	0,1862	0,1859	0,1855	0,1851	0,1847
6	0,1686	0,1689	0,1691	0,1693	0,1694	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1693	0,1692	0,1691
7	0,1513	0,1520	0,1526	0,1531	0,1535	0,1539	0,1542	0,1545	0,1548	0,1550	0,1551	0,1553	0,1554
8	0,1356	0,1366	0,1376	0,1384	0,1392	0,1398	0,1405	0,1410	0,1415	0,1420	0,1423	0,1427	0,1430
9	0,1211	0,1225	0,1237	0,1249	0,1259	0,1269	0,1278	0,1286	0,1293	0,1300	0,1306	0,1312	0,1317
10	0,1075	0,1092	0,1108	0,1123	0,1136	0,1149	0,1160	0,1170	0,1180	0,1189	0,1197	0,1205	0,1212
11	0,0947	0,0967	0,0986	0,1004	0,1020	0,1035	0,1049	0,1062	0,1073	0,1085	0,1095	0,1105	0,1113
12	0,0824	0,0848	0,0870	0,0891	0,0909	0,0927	0,0943	0,0959	0,0972	0,0986	0,0998	0,1010	0,1020
13	0,0706	0,0733	0,0759	0,0782	0,0804	0,0824	0,0842	0,0860	0,0876	0,0892	0,0906	0,0919	0,0932
14	0,0592	0,0622	0,0651	0,0677	0,0701	0,0724	0,0745	0,0765	0,0783	0,0801	0,0817	0,0832	0,0846
15	0,0481	0,0515	0,0546	0,0575	0,0602	0,0628	0,0651	0,0673	0,0694	0,0713	0,0731	0,0748	0,0764
16	0,0372	0,0409	0,0444	0,0476	0,0506	0,0534	0,0560	0,0584	0,0607	0,0628	0,0648	0,0667	0,0685
17	0,0264	0,0305	0,0343	0,0379	0,0411	0,0442	0,0471	0,0497	0,0522	0,0546	0,0568	0,0588	0,0608
18	0,0158	0,0203	0,0244	0,0283	0,0318	0,0352	0,0383	0,0412	0,0439	0,0465	0,0489	0,0511	0,0532

19	0,0053	0,0101	0,0146	0,0188	0,0227	0,0263	0,0296	0,0328	0,0357	0,0385	0,0411	0,0436	0,0459
20		0,0000	0,0049	0,0094	0,0136	0,0175	0,0211	0,0245	0,0277	0,0307	0,0335	0,0361	0,0386
21				0,0000	0,0045	0,0087	0,0126	0,0163	0,0197	0,0229	0,0259	0,0288	0,0314
22						0,0000	0,0042	0,0081	0,0118	0,0153	0,0185	0,0215	0,0244
23								0,0000	0,0039	0,0076	0,0111	0,0143	0,0174
24										0,0000	0,0037	0,0071	0,0104
25												0,0000	0,0350

Tabela 2: Valores críticos da estatística W de Shapiro-Wilk ($W\alpha$)

N	Nível de significância								
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,5	0,9	0,95	0,98	0,99
3	0,753	0,756	0,767	0,789	0,959	0,998	0,999	1,000	1,000
4	0,687	0,707	0,748	0,792	0,935	0,987	0,992	0,996	0,997
5	0,686	0,715	0,762	0,806	0,927	0,979	0,986	0,991	0,993
6	0,713	0,743	0,788	0,826	0,927	0,974	0,981	0,986	0,989
7	0,730	0,760	0,803	0,838	0,928	0,972	0,979	0,985	0,988
8	0,749	0,778	0,818	0,851	0,932	0,972	0,978	0,984	0,987
9	0,764	0,791	0,829	0,859	0,935	0,972	0,978	0,984	0,986
10	0,781	0,806	0,842	0,869	0,938	0,972	0,978	0,983	0,986
11	0,792	0,817	0,850	0,876	0,940	0,973	0,979	0,984	0,986
12	0,805	0,828	0,859	0,883	0,943	0,973	0,979	0,984	0,986
13	0,814	0,837	0,866	0,889	0,945	0,974	0,979	0,984	0,986
14	0,825	0,846	0,874	0,895	0,947	0,975	0,980	0,984	0,986
15	0,835	0,855	0,881	0,901	0,950	0,975	0,980	0,984	0,987
16	0,844	0,863	0,887	0,906	0,952	0,976	0,981	0,985	0,987
17	0,851	0,869	0,892	0,910	0,954	0,977	0,981	0,985	0,987
18	0,858	0,874	0,897	0,914	0,956	0,978	0,982	0,986	0,988

19	0,863	0,879	0,901	0,917	0,957	0,978	0,982	0,986	0,988
20	0,868	0,884	0,905	0,920	0,959	0,979	0,983	0,986	0,988
21	0,873	0,888	0,908	0,923	0,960	0,980	0,983	0,987	0,989
22	0,878	0,892	0,911	0,926	0,961	0,980	0,984	0,987	0,989
23	0,881	0,895	0,914	0,928	0,962	0,981	0,984	0,987	0,989
24	0,884	0,898	0,916	0,930	0,963	0,981	0,984	0,987	0,989
25	0,888	0,901	0,918	0,931	0,964	0,981	0,985	0,988	0,989
26	0,891	0,904	0,920	0,933	0,965	0,982	0,985	0,988	0,989
27	0,894	0,906	0,923	0,935	0,965	0,982	0,985	0,988	0,990
28	0,896	0,908	0,924	0,936	0,966	0,982	0,985	0,988	0,990
29	0,898	0,910	0,926	0,937	0,966	0,982	0,985	0,988	0,990
30	0,900	0,912	0,927	0,939	0,967	0,983	0,985	0,988	0,990
31	0,902	0,914	0,929	0,940	0,967	0,983	0,986	0,988	0,990
32	0,904	0,915	0,930	0,941	0,968	0,983	0,986	0,988	0,990
33	0,906	0,917	0,931	0,942	0,968	0,983	0,986	0,989	0,990
34	0,908	0,919	0,933	0,943	0,969	0,983	0,986	0,989	0,990
35	0,910	0,920	0,934	0,944	0,969	0,984	0,986	0,989	0,990
36	0,912	0,922	0,935	0,945	0,970	0,984	0,986	0,989	0,990
37	0,914	0,924	0,936	0,946	0,970	0,984	0,987	0,989	0,990

38	0,916	0,925	0,938	0,947	0,971	0,984	0,987	0,989	0,990
39	0,917	0,927	0,939	0,948	0,971	0,984	0,987	0,989	0,991
40	0,919	0,928	0,940	0,949	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
41	0,920	0,929	0,941	0,950	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
42	0,922	0,930	0,942	0,951	0,972	0,985	0,987	0,989	0,991
43	0,923	0,932	0,943	0,951	0,973	0,985	0,987	0,990	0,991
44	0,924	0,933	0,944	0,952	0,973	0,985	0,987	0,990	0,991
45	0,926	0,934	0,945	0,953	0,973	0,985	0,988	0,990	0,991
46	0,927	0,935	0,945	0,953	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
47	0,928	0,936	0,946	0,954	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
48	0,929	0,937	0,947	0,954	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
49	0,929	0,938	0,947	0,955	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991
50	0,930	0,939	0,947	0,955	0,974	0,985	0,988	0,990	0,991